

# La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en classe de mathématiques en terminale S



Thèse en didactique des mathématiques, dirigée par Alain Kuzniak & Fabrice Vandebrouck et soutenue le 25 novembre 2016

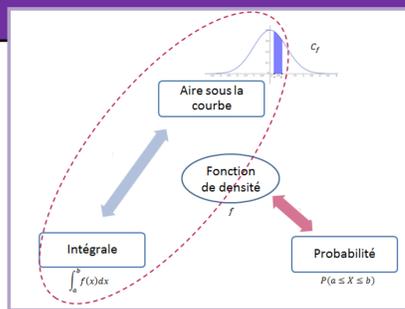
Charlotte Derouet ✉ charlotte.derouet@univ-paris-diderot.fr

ED 400 – Savoirs scientifiques : Epistémologie, histoire des sciences et didactique des disciplines

espe  
Ecole supérieure du professorat et de l'éducation  
Académie de Paris

## Problématique

Pour calculer la probabilité que le temps d'attente entre deux éruptions volcaniques soit compris entre 5 et 10 ans, il faut calculer l'aire sous la courbe d'une certaine fonction : la **fonction de densité** de la variable aléatoire associée. Autrement dit, il faut calculer une intégrale :



**Objectif de la thèse :** Concevoir et mettre en œuvre des tâches mathématiques d'introduction de la notion de fonction de densité qui permettent aux élèves de terminale S de donner du sens à l'égalité (\*) et donc de mettre en relation les probabilités et l'analyse.

**Cadrage théorique :**

- Espaces de Travail Mathématiques (Kuzniak, 2011)
- Outils théoriques issus de la théorie de l'activité (Robert, 2008)

Probabilités  $\rightarrow P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$  ← Analyse

### Résultats :

- Rôle important de la statistique dans la naissance historique des lois à densité (théorie des erreurs) : intérêt de l'histogramme
- Un programme sans indication sur l'introduction de la notion de fonction de densité
- Des tentatives d'introduction dans les manuels mais : des activités très guidées, sans véritable recherche, avec des erreurs...

**Pas de véritable construction de la notion visée**

### Phase 1 Analyses préalables

Analyse historico-épistémologique

Analyse du programme

Analyse des manuels de terminale S

Diffusion auprès des enseignants

## Méthodologie : Ingénierie didactique collaborative

Co-construction d'une séquence d'enseignement articulant lois à densité et calcul intégral

Phase 2  
Conception et analyse *a priori*

Collaboratif

Ingénierie didactique (Artigue, 1990)

Recherches collaboratives enseignants/chercheurs (Desgagné, 1997)

→ Confrontation entre les analyses *a priori* et *a posteriori*

→ Pour assurer la viabilité dans les classes  
→ Co-construction des séances avec une enseignante

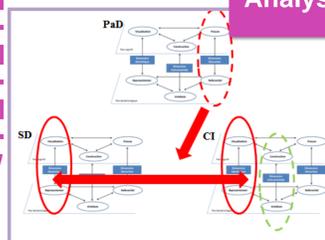
Collaboratif

Phase 3  
Expérimentation

Recueil de données : enregistrements audio des séances, photos du tableau, transcription

- Mars 2015
- Classe de terminale S d'un lycée parisien (milieu plutôt favorisé)

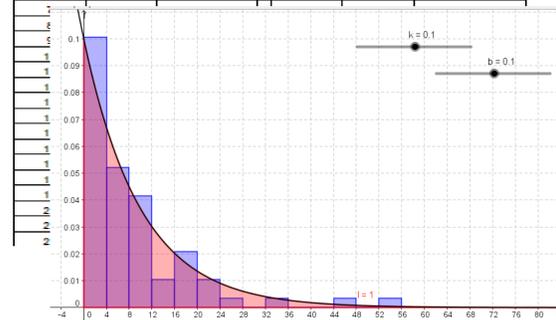
Phase 4  
Analyse *a posteriori* et validation



Exemple d'analyse en terme d'interactions entre Espaces de Travail Mathématique

### Le problème du volcan Aso

Donnée n°	Année	Temps d'attente	Donnée n°	Année	Temps d'attente
1	1229		34	1582	4
2			35	1583	1
3	1255	25	36	1584	1
4	1265	25	37	1576	12
5	1269	4	38	1582	6
6	1270	1	39	1583	1



### Résultats :

- Analyses fines des déroulements (*a posteriori*) au niveau : du travail mathématique en jeu dans la classe : circulation et interactions riches entre les différents domaines mathématiques en jeu (probabilités, analyse et statistique) qui ont permis une véritable construction de la notion mathématique visée
- de la gestion de la classe par l'enseignante : le travail mathématique est pris en charge par les élèves, avec des interventions de l'enseignante « choisies »

## Conclusion

**Validation interne à la méthodologie et validation par l'enseignante :** Les tâches conçues permettent effectivement la construction de la notion mathématique visée par les élèves et sont viables en classe de terminale S.

**Limites de l'expérimentation :** une seule classe, profil particulier de l'enseignante (travail collaboratif, ancienne formatrice...)

**Limites dans les analyses :** analyse du collectif classe et non des élèves individuellement

**Perspectives :** Diffusion de la séquence d'enseignement auprès d'enseignants

→ Nouvelles expérimentations

Pour questionner : Reproductibilité / Stabilité et variabilité / Impact sur les connaissances des élèves

## Références

- ARTIGUE, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), 281–308.
- DEROUE, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminale S. Etude de la conception et de la mise en œuvre de tâches d'introduction articulant lois à densité et calcul intégral* (Thèse de doctorat). Université Paris Diderot.
- DESGAGNÉ, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23 (2), 371–393.
- KUZNIAK, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.
- ROBERT, A. (2008). Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 11–22). Toulouse : Octarès Editions.