

La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en classe de mathématiques en terminale S



Thèse en didactique des mathématiques, dirigée par Alain Kuzniak & Fabrice Vandebrouck et soutenue le 25 novembre 2016

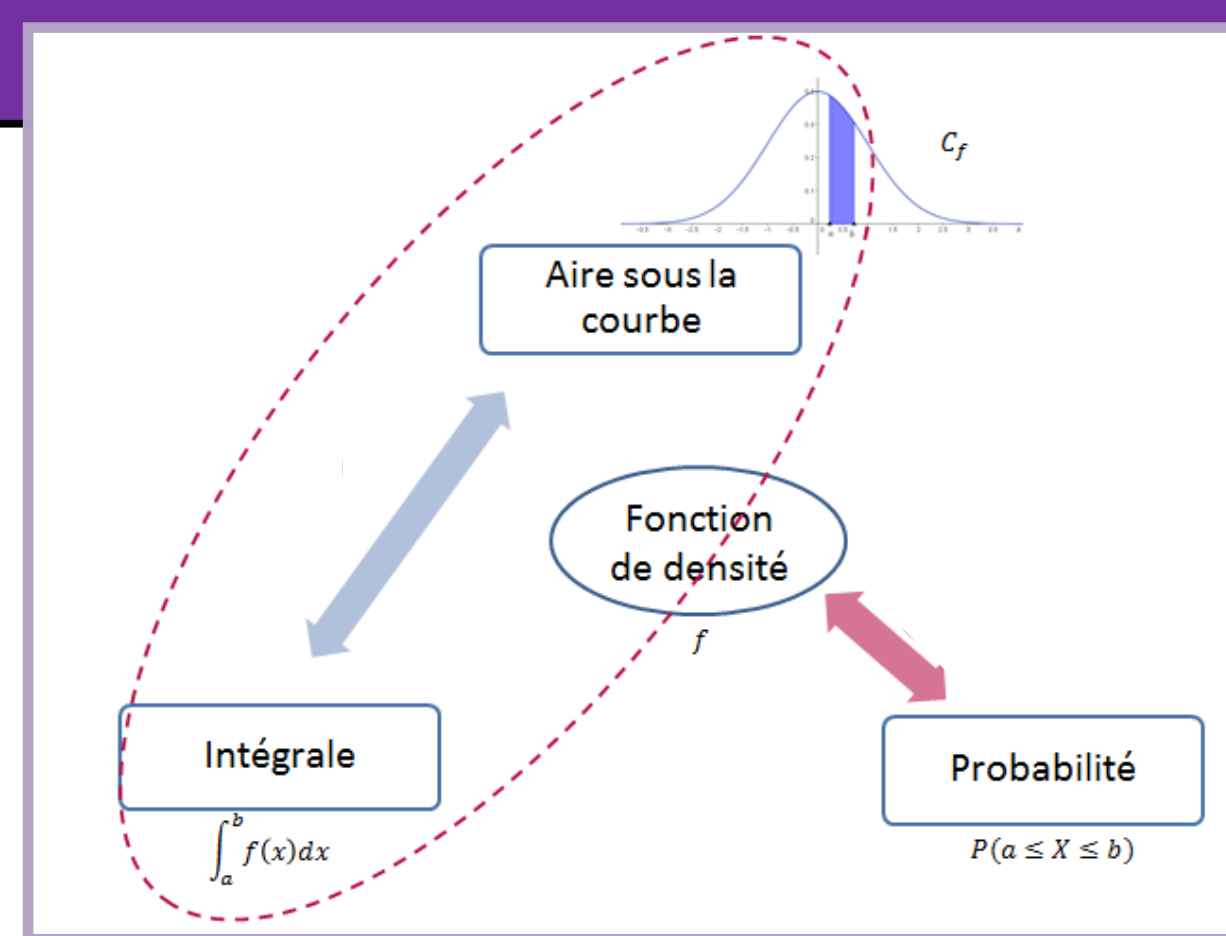
Charlotte Derouet ✉ charlotte.derouet@univ-paris-diderot.fr

ED 400 – Savoirs scientifiques : Epistémologie, histoire des sciences et didactique des disciplines

espe
Ecole supérieure du professorat et de l'éducation
Académie de Paris

Problématique

Pour calculer la probabilité que le temps d'attente entre deux éruptions volcaniques soit compris entre 5 et 10 ans, il faut calculer l'aire sous la courbe d'une certaine fonction : la **fonction de densité** de la variable aléatoire associée. Autrement dit, il faut calculer une intégrale :



Objectif de la thèse : Concevoir et mettre en œuvre des tâches mathématiques d'introduction de la notion de fonction de densité qui permettent aux élèves de terminale S de donner du sens à l'égalité (*) et donc de mettre en relation les probabilités et l'analyse.

Cadrage théorique :

- Espaces de Travail Mathématiques (Kuzniak, 2011)
- Outils théoriques issus de la théorie de l'activité (Robert, 2008)

Probabilités $\rightarrow P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx \leftarrow$ Analyse

Résultats :

- Rôle important de la statistique dans la naissance historique des lois à densité (théorie des erreurs) : intérêt de l'histogramme
- Un programme sans indication sur l'introduction de la notion de fonction de densité
- Des tentatives d'introduction dans les manuels mais : des activités très guidées, sans véritable recherche, avec des erreurs...

Pas de véritable construction de la notion visée

Phase 1 Analyses préalables

Analyse historico-épistémologique

Analyse du programme

Analyse des manuels de terminale S

Diffusion auprès des enseignants

Méthodologie : Ingénierie didactique collaborative

Co-construction d'une séquence d'enseignement articulant lois à densité et calcul intégral

Phase 2
Conception et analyse *a priori*

Collaboratif

Ingénierie didactique (Artigue, 1990)

Recherches collaboratives enseignants/chercheurs (Desgagné, 1997)

→ Confrontation entre les analyses *a priori* et *a posteriori*

→ Pour assurer la viabilité dans les classes
→ Co-construction des séances avec une enseignante

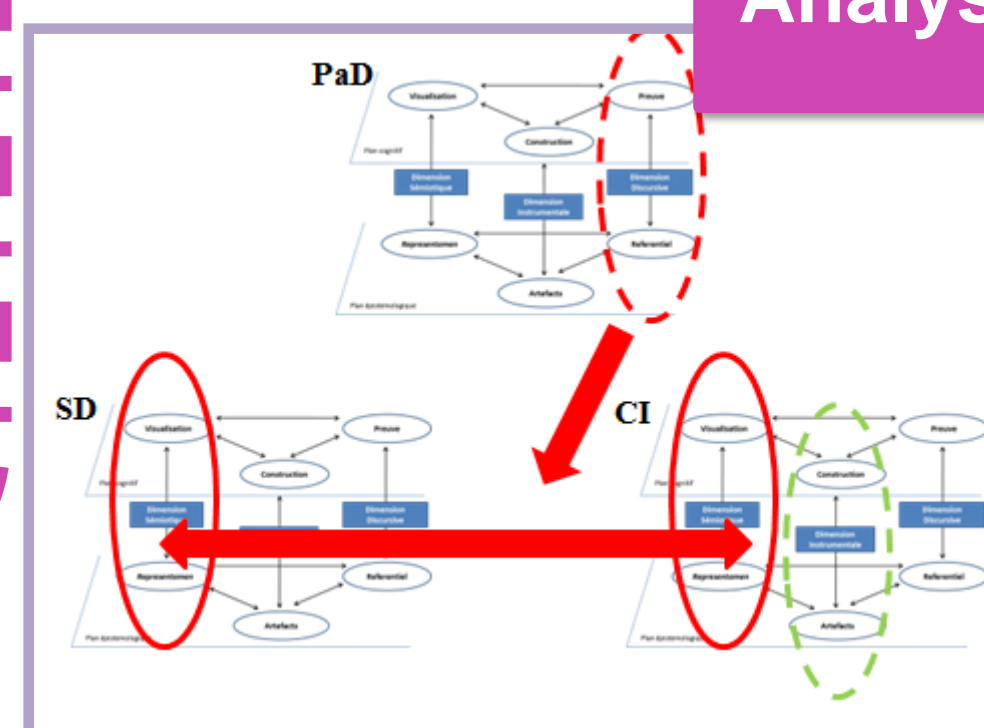
Collaboratif

Phase 3
Expérimentation

Recueil de données : enregistrements audio des séances, photos du tableau, transcription

- Mars 2015
- Classe de terminale S d'un lycée parisien (milieu plutôt favorisé)

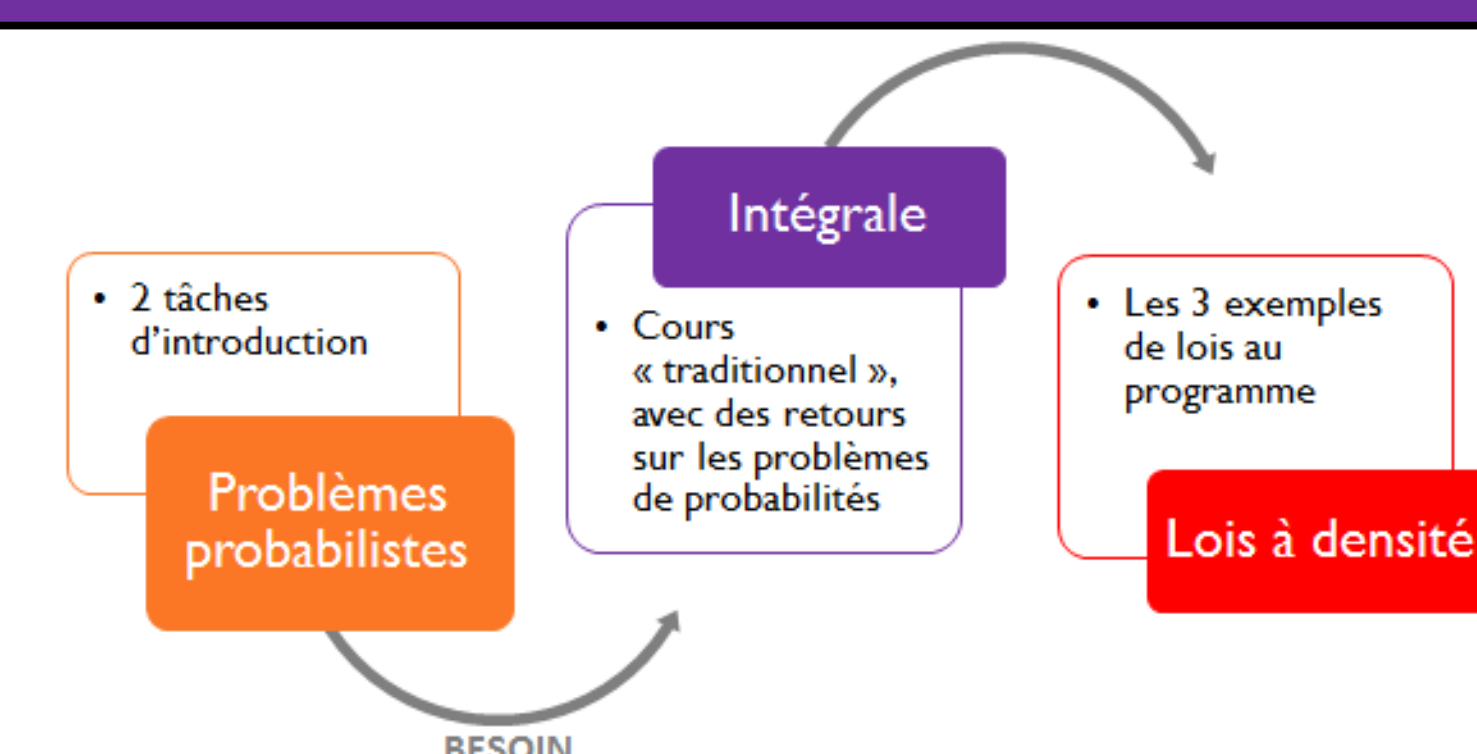
Phase 4
Analyse *a posteriori* et validation



Exemple d'analyse en terme d'interactions entre Espaces de Travail Mathématique

Résultats :

- Analyses fines des déroulements (*a posteriori*) au niveau : du travail mathématique en jeu dans la classe : circulation et interactions riches entre les différents domaines mathématiques en jeu (probabilités, analyse et statistique) qui ont permis une véritable construction de la notion mathématique visée
- de la gestion de la classe par l'enseignante : le travail mathématique est pris en charge par les élèves, avec des interventions de l'enseignante « choisies »



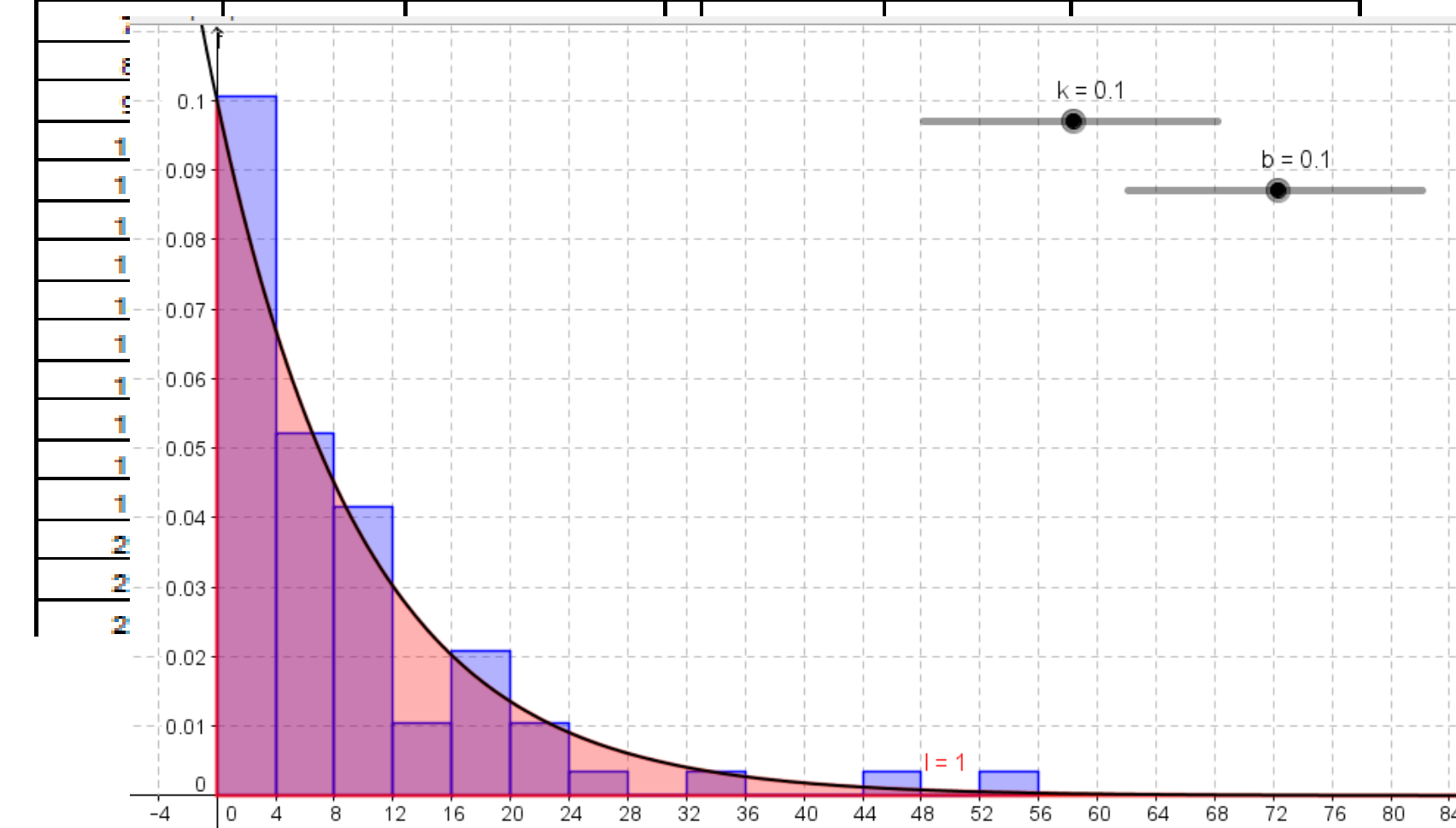
Propositions :

- Deux tâches de modélisation pour introduire la notion de fonction de densité
- Avec prise en compte des pistes soulevées lors des analyses préalables
- S'insère dans une séquence articulant deux chapitres du programme (dans un ordre différent que traditionnellement)

Années des 73 éruptions du volcan Aso du XIIIe au XIXe siècle

| Donnée n° | Année | Temps d'attente | Donnée n° | Année | Temps d'attente |
|-----------|-------|-----------------|-----------|-------|-----------------|
| 1 | 1229 | | 34 | 1582 | 4 |
| 2 | | | 35 | 1583 | 1 |
| 3 | | | 36 | 1584 | 1 |
| 4 | 1255 | 25 | 37 | 1576 | 12 |
| 5 | 1269 | 4 | 38 | 1582 | 6 |
| 6 | 1270 | 1 | 39 | 1583 | 1 |

Le problème du volcan Aso



Conclusion

Validation interne à la méthodologie et validation par l'enseignante : Les tâches conçues permettent effectivement la construction de la notion mathématique visée par les élèves et sont viables en classe de terminale S.

Limites de l'expérimentation : une seule classe, profil particulier de l'enseignante (travail collaboratif, ancienne formatrice...)

Limites dans les analyses : analyse du collectif classe et non des élèves individuellement

Perspectives : Diffusion de la séquence d'enseignement auprès d'enseignants

→ Nouvelles expérimentations

Pour questionner : Reproductibilité / Stabilité et variabilité / Impact sur les connaissances des élèves

Références

- ARTIGUE, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281–308.
- DEROUE, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminale S. Etude de la conception et de la mise en œuvre de tâches d'introduction articulant lois à densité et calcul intégral* (Thèse de doctorat). Université Paris Diderot.
- DESGAGNÉ, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371–393.
- KUZNIAK, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.
- ROBERT, A. (2008). Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 11–22). Toulouse : Octarès Editions.