

Sébastien HOCK-KOON

« On ne joue pas au même jeu »

Règles implicites en mathématiques.

Responsable(s) de suivi de mémoire: Sylviane SCHWER

I.	Introduction	3
II.	Ancrage théorique : jeu, règle et cadre	14
III.	Résultats	27
IV.	Conclusion.....	72
V.	BIBLIOGRAPHIE	76
VI.	Annexe 1 : Liste des règles implicites reclassées.....	78
VII.	Annexe 2 : Enoncés des exercices.....	82
VIII.	Annexe 3 : Analyse d'évaluation (expérience aléatoire).....	84

Résumé :

De nombreuses règles peuvent intervenir dans la résolution d'un exercice de mathématiques. Certaines sont explicites, comme les consignes, d'autres sont implicites. Certaines peuvent aider l'élève à réussir l'exercice, d'autres peuvent lui compliquer la tâche. Parmi ces dernières, les règles implicites sont les plus difficiles à identifier et à corriger. Cette recherche rapproche la résolution d'un exercice de mathématique et le fonctionnement d'un jeu pour expliciter ces règles implicites. Ainsi deux élèves n'appliquant pas les mêmes règles à un exercice seront aussi différents que deux joueurs utilisant le même objet mais ne suivant pas les mêmes règles. Deux élèves ne jouant pas au même jeu peuvent se retrouver face à des obstacles très différents, tant en termes de difficulté qu'en termes de nature. Les « cadres de l'expérience » (Goffman, 1991) sont utilisés pour effectuer un « apprentissage critique » (Gee, 2003) dans le but de mettre au jour les règles cachées qui guident ou freinent les élèves dans la résolution des exercices. L'objectif est d'explicitier des règles implicites permettant de faciliter cette résolution. Cette recherche possède un caractère exploratoire, elle a mis en avant un éventail aussi large que possible de règles implicites en se basant sur les données. Ces dernières comprennent des productions d'élèves de sixième et de cinquième ainsi que les interactions ayant eu lieu pendant les cours donnés par l'auteur. L'analyse de ces productions a abouti à l'explicitation d'une soixantaine de règles implicites permettant ou facilitant la résolution de divers exercices de mathématiques. Ces règles portent sur les éléments suivants :

- Le fonctionnement du contexte dans lequel l'exercice est réalisé.
- La compréhension de la situation présentée dans l'exercice.
- La nature de la question et/ou de la consigne.
- Le contenu d'une réponse nécessaire et suffisante.
- La recherche du contenu de la réponse.
- Le choix de l'expression de ce contenu.

J'autorise l'ESPE:

à exploiter le texte de mon mémoire dans la future formation des étudiants MEEF [OUI]

à communiquer mon nom et mes coordonnées à de futurs étudiants MEEF qui souhaiteraient me contacter au sujet de mon mémoire [OUI]

I. Introduction

Mon parcours jusqu'à l'enseignement des mathématiques

Le choix de mon sujet de recherche est étroitement lié à mon parcours car il résulte de la convergence de plusieurs éléments. Après un baccalauréat scientifique option Sciences et Vie de la Terre spécialité Mathématiques, j'ai intégré une classe préparatoire en Mathématiques Physique et Sciences de l'Ingénieur. Alors que j'étais accepté en deuxième année, j'ai choisi d'intégrer l'Université de la Réunion en DEUG 2 Mathématiques et Informatique Appliquées aux Sciences. En effet, je venais de découvrir l'existence d'une école de conception de jeu vidéo à Valenciennes, SupInfogame, qui m'intéressait beaucoup. Pour l'intégrer, il était nécessaire de disposer d'un diplôme à bac+2, ce que les classes préparatoires ne délivrent pas. Après avoir étudié la conception de jeu vidéo pendant deux ans, j'ai enseigné pendant quatre mois la conception de jeux vidéo à l'Institut de L'image de l'Océan Indien. Cette expérience m'a fait découvrir mon intérêt pour l'enseignement et la recherche.

J'ai donc intégré le Master 2 professionnel en Sciences du Jeu de l'Université Paris-13, puis le Master 2 recherche Numérique, Enjeux et Technologies de l'Université Paris-8 avant de commencer une thèse en Sciences de l'Education dont le sujet était l'apprentissage dans les jeux vidéo. Après la soutenance en 2013, j'ai eu des difficultés à obtenir la qualification, mon sujet n'étant pas au cœur des préoccupations des sciences de l'éducation. N'ayant pas de poste, je ne pouvais pas non plus enseigner en tant que contractuel à l'université, les règles administratives restreignent l'embauche aux personnes disposant d'un revenu principal plus important que celui apporté par les vacances. Un enseignant de l'université m'a fait part du manque de professeurs en mathématiques. Cette voie me semblait intéressante à plusieurs titres en plus des avantages de se positionner dans un domaine qui recherche des candidats :

- avoir un poste me permettrait de postuler pour des vacances à l'université.
- enseigner à une classe me donnerait facilement accès à un terrain scolaire pour des recherches futures.
- des publications plus axées sur l'environnement scolaire pourraient me donner accès à la qualification.

Je me suis donc inscrit au CAPES externe ainsi qu'un Master 1 MEEF pour préparer le concours. Après avoir été admis, j'ai choisi de poursuivre en Master 2 plutôt qu'en DU afin

de bénéficier d'un encadrement pour mon mémoire. Mon parcours se situe au croisement du jeu, de l'apprentissage, de l'informatique et des mathématiques. Ces différents points se retrouvent dans mon mémoire, dans une moindre mesure pour l'informatique.

Le cheminement vers le sujet de mémoire

Ayant effectué une thèse sur l'apprentissage dans les jeux vidéo (Hock-Koon, 2013), j'ai d'abord pensé orienter mon mémoire de master MEEF vers l'utilisation de jeux pour l'apprentissage des mathématiques. J'ai en effet travaillé sur plusieurs prototypes de jeux mathématiques, notamment un jeu de cartes sur les propriétés des quadrilatères remarquables. Cependant, j'ai eu du mal à trouver le temps nécessaire pour préparer d'autres exemplaires du prototype. De plus, leur utilisation en classe demande un temps dont je ne disposais pas étant donné mon retard sur la progression prévue. En outre, mon terrain de stage ainsi que les formations de l'ESPE ont fait écho à d'autres éléments de mes recherches antérieures. Plusieurs éléments convergents ont d'abord orienté mon attention vers la géométrie :

- La difficulté de faire comprendre à certains élèves qu'un carré est un rectangle : en plus de la présence de quatre angles droits, ces derniers ajoutent une règle supplémentaire pour caractériser le rectangle, à savoir que la longueur et la largeur ne peuvent pas être égales.
- La distinction faite en formation ESPE entre les trois approches de la géométrie : la géométrie perceptive, la géométrie instrumentée et la géométrie déductive.
- La remarque d'un professeur de l'université qui n'avait « jamais entendu parler » de ces approches de la géométrie mais n'avait jamais eu besoin d'une telle distinction.

En formation, la distinction entre les trois approches de la géométrie se faisait de la manière suivante :

- En géométrie perceptive, une propriété est vraie parce qu'elle se voit.
- En géométrie instrumentée, une propriété est vraie parce qu'elle se mesure avec un instrument.
- En géométrie déductive, une propriété est vraie parce qu'elle se déduit à partir de données à l'aide de propriétés.

S'ajoute à cela une réflexion personnelle similaire : on ne m'a jamais enseigné la différence entre ces trois approches de la géométrie, pourtant je n'ai jamais eu de difficultés à savoir à quel moment j'avais le droit d'utiliser des instruments et à quel moment je devais utiliser les propriétés du cours. Cela semblait indiquer que les approches de la géométrie ne constituaient pas des catégories *a priori* de savoirs mathématiques mais des catégories *a posteriori* créées pour pallier des difficultés d'enseignement. Cette intuition a été confirmée par mes discussions avec les formateurs. Pour ce mémoire, je m'appuierai sur les références qui m'ont été données sur le sujet. Ces références compteront des travaux de didactiques ainsi des documents ressources de l'ESPE.

Les documents ressources sur la géométrie au collège évoquent cette différenciation mais ne la nomme pas explicitement (Eduscol, 2016, p. 1) :

Au cycle 2, l'élève a travaillé sur une géométrie de la perception, partant de l'espace ambiant pour décrire et reproduire des figures planes usuelles, et contrôler leurs propriétés par les sens. [...]

Au cycle 3, l'élève s'est progressivement orienté vers une géométrie où les propriétés des objets sont contrôlées par le recours à des instruments, puis par l'explicitation de ces propriétés. [...]

Au cycle 4, l'élève s'appuie toujours sur une géométrie perçue par les sens et contrôlée par les instruments, mais s'oriente progressivement vers une géométrie où les propriétés des objets sont validées par le raisonnement.

On retrouve bien les trois approches de la géométrie, mais elles ne sont pas nommées explicitement et semblent se superposer le long de la progression de l'élève dans sa pensée mathématique : l'évolution de la perception vers la vérification instrumentale plus fine puis vers l'utilisation des données et des propriétés. Cette évolution va de pair avec la découverte des imperfections de nos moyens de mesure. Tôt ou tard, un élève devra comprendre qu'il n'a pas nécessairement « un compas dans l'œil » ou que la précision d'une mesure faite avec une règle est limitée. D'après mes formateurs ESPE, il semble que cette typologie des approches de la géométrie soit uniquement utilisée en formation. Elle ne serait pas citée dans les programmes, ni telle quelle dans les articles de recherche sur l'apprentissage de la géométrie qui s'intéressent plus au processus mental réalisé par les élèves. Il s'agit de catégories *a*

posteriori, d'une tentative discrète de classer une réalité qui peut être plus complexe et plus continue.

Ainsi, cette distinction a été introduite suite au constat des problèmes de compréhension rencontrés par certains élèves. Cependant, si elle n'a pas toujours été utilisée, cela implique que des générations d'élèves ont réussi à comprendre le fonctionnement de la géométrie sans pour autant qu'on leur enseigne cette distinction, et peut-être même sans avoir conscience de son existence. Cela signifie que l'on tente aujourd'hui de transmettre aux élèves (ou du moins aux futurs enseignants) des connaissances explicites sur la géométrie qui n'étaient pas enseignées auparavant. Paradoxalement, il semble que ces connaissances aient été correctement assimilées, au moins par une partie des élèves, avant qu'elles ne soient enseignées ou même formalisées.

On peut rapprocher cette évolution de l'approche de la géométrie des niveaux de pensées en géométrie de van Hiele (1959) ou des paradigmes géométriques (Houdement & Kuzniak, 1998). Cependant, ces travaux s'intéressent plus au travail mental effectué par les élèves qu'aux règles qui régissent son activité. L'approche de van Hiele, analysée par Braconne-Michoux (2014) semble considérer une certaine approche de la géométrie, parfaitement rigoureuse, pour étudier le cheminement des élèves de leur intuition vers cette géométrie, comme le suggère cet extrait (Braconne-Michoux, 2014, p. 28) :

L'élève à ce niveau de van Hiele (niveau d'analyse – niveau 2) n'est pas encore sensible au fait qu'une définition en mathématique est une description nécessaire et suffisante d'un objet, et qu'elle doit avoir un caractère « minimaliste ».

En ce qui concerne le concept de définition, une subtilité me semble importante pour la suite. En se basant sur les travaux de Tavinor (2011), Waern (2012) utilise une distinction entre une « définition fondamentale » et une « définition nominale ». Une définition nominale cherche à saisir la façon dont un mot est employé dans le langage. Une définition fondamentale tente d'établir un terme qui renvoie à un concept ou à un phénomène particulier. L'auteure se sert de ces types de définition pour séparer les définitions du jeu qui cherchent à rendre compte de l'usage du terme dans un langage et celles qui tentent de définir un concept qui servira à délimiter le champ des *game studies*. En partant de cette distinction, les trois approches de la géométrie correspondent à une tentative de description du cheminement de la pensée

géométrie d'un élève. Une telle description implique une difficulté inhérente aux définitions nominales : il peut être très difficile de rendre compte d'une réalité continue et complexe avec une définition fixée. Les définitions en mathématiques relèveraient des définitions fondamentales, en ajoutant une particularité liée à un aspect booléen. Un objet ne peut que correspondre à une définition mathématique ou ne pas y correspondre, il n'y a pas de demi-mesure.

Selon l'extrait précédent, il existerait une règle en mathématiques, qui dit qu'une définition doit être une « description nécessaire et suffisante ». Cette règle s'applique à l'élève mais ce dernier n'y est pas encore sensible. Au contraire, si l'on considère les trois approches de la géométrie, les règles régissant la pratique de l'élève changent au cours de sa scolarité. S'il prétend qu'une figure est un carré parce qu'elle ressemble à un carré, sa réponse pourra être considérée correcte à un moment donné mais erronée plus tard parce qu'on attend de lui qu'il justifie son affirmation par une mesure instrumentée. Les règles ont clairement changé, mais ce changement n'a pas forcément été explicité. La citation précédente met également en avant une autre règle cachée. C'est la première fois que je vois explicitement écrit dans un document qu'une définition doit être nécessaire et suffisante. Cette règle appartient de manière évidente au domaine des mathématiques mais elle reste bien souvent implicite. Cette constatation a fait écho à ce que Gee (2003), l'un des principaux auteurs dans le domaine de l'apprentissage avec les jeux vidéo, appelle des « règles implicites ».

La réflexion sur les règles implicites est un sujet qui se retrouve dans ma thèse. Gee utilise le concept de « domaine sémiotique » pour désigner un ensemble regroupant des personnes, des pratiques, des objets et des discours. Pour être parfaitement rigoureux, il faudrait préciser que l'auteur appelle « groupe d'affinité » (Gee, 2003, p. 27) l'ensemble des personnes associées à un domaine sémiotique, mais la distinction n'est pas nécessaire ici. Un domaine sémiotique est régi par un ensemble de règles formant une grammaire (Gee, 2003, p. 30-36). Cette dernière permet à un membre du domaine d'identifier un élément comme faisant ou non partie du domaine et, le cas échéant, de le comprendre. Différents domaines sémiotiques peuvent se superposer ou certains peuvent être inclus dans d'autres domaines plus larges. Par exemple, le domaine sémiotique des établissements scolaires français est régi par une certaine grammaire qui détermine ce qui est accepté ou non dans ces établissements et comment comprendre les événements qui s'y déroulent. Parmi les établissements scolaires, on peut trouver des écoles, des collèges et des lycées. Bien qu'il existe une grammaire commune à ces trois types

d'établissements, chacun possède également ses spécificités. Ainsi, dans le domaine sémiotique des établissements scolaires français, on peut trouver une grammaire commune et des grammaires spécifiques à des sous-domaines.

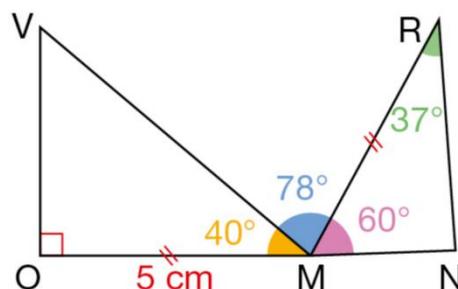
En appliquant cette typologie aux mathématiques, il existerait un domaine sémiotique des mathématiques. A l'intérieur de ce domaine, on trouverait un sous-domaine correspondant à la géométrie. La mise en place trois approches de la géométrie reviendrait à établir les grammaires de trois sous-domaines de la géométrie : la grammaire de la géométrie perceptive, celle de la géométrie instrumentée et celle de la géométrie déductive. L'application de la théorie des domaines sémiotiques de Gee aux approches de la géométrie permet de mettre en avant l'absence d'un élément déterminant dans leur définition : la manière dont on définit l'appartenance à un des sous-domaines. En effet, nous avons vu comment chaque approche de la géométrie fonctionne mais pas quelles règles un lecteur doit utiliser pour identifier l'approche de la géométrie dont il doit appliquer la grammaire pour une tâche donnée. Il semble même que le passage d'une grammaire à l'autre ne soit pas clair et net. En effet, les trois approches de la géométrie sont une tentative pour rendre compte d'une réalité plus complexe : l'évolution de la pensée géométrique d'un élève.

Selon Gee, les praticiens sont les mieux placées pour analyser un domaine sémiotique. Dans notre cas, il s'agit des professeurs, les élèves étant en apprentissage. Cependant, un certain nombre de règles peuvent être implicites, ce qui rend plus difficile la compréhension pour une personne extérieure ou un élève en apprentissage. C'est cette difficulté qui a conduit à la mise en place des trois approches de la géométrie, mais, comme nous l'avons vu, les critères d'application de l'une ou l'autre ne sont pas encore explicites. Pour identifier des règles implicites, Gee préconise de confronter la grammaire du domaine avec celle d'un autre domaine, il parle alors d'apprentissage critique. Tout comme certains élèves peuvent mieux saisir ces règles implicites que d'autres, des joueurs peuvent ne pas comprendre certaines règles ou s'interdire certaines pratiques alors que l'activité les y autorise.

Même si elles ne sont pas données explicitement, on peut être certain que de telles règles existent car une personne suffisamment expérimentée en mathématiques peut généralement savoir ce qu'elle a le droit de faire face à un exercice. Un élève doit y parvenir pour appliquer les bonnes règles à la bonne situation. Pour compliquer les choses, certains exercices opèrent un glissement d'une approche de la géométrie à l'autre (Joriz et al., 2016b, p. 119) :

43 a. Construire cette figure en vraie grandeur.

b. Les points O, M, N sont-ils alignés ? Pourquoi peut-on être certain de la réponse ?



Dans cet énoncé, la première question semble indiquer que l'on se situe en géométrie instrumentée. Cependant la seconde partie de la deuxième question nous place en géométrie déductive. Il y a donc une possibilité d'ambiguïté pour l'élève d'autant que la figure ne porte pas les indices d'une figure à main levée. Un élève pourrait être tenté de vérifier l'alignement avec une règle. Ce point renforce également l'intuition selon laquelle cette classification émerge de l'enseignement de la géométrie, et surtout des problèmes d'enseignement de la géométrie, au lieu d'en être une théorie structurante. Si les trois approches de la géométrie étaient clairement séparées, cela poserait moins de difficultés car il suffirait de les expliciter aux élèves et d'indiquer à quel type ils doivent se référer pour chaque tâche. Le problème est que ces trois approches ne sont pas clairement et explicitement séparées.

L'apprentissage de ces règles implicites relève de ce que Schugurensky (2007) appelle l'apprentissage informel. Sans trop entrer dans les détails, l'auteur distingue trois types d'apprentissage :

- L'apprentissage formel désigne l'apprentissage qui a lieu dans un contexte éducatif scolaire.
- L'apprentissage non-formel désigne l'apprentissage qui a lieu dans un contexte éducatif non-scolaire.
- L'apprentissage informel désigne tout le reste.

Dans les deux premiers cas, le contexte est prévu pour aboutir à un certain apprentissage, c'est cet apprentissage qui sera alors formel ou non-formel. L'institution dispose d'éléments pour rendre visibles les connaissances acquises (programmes, évaluations...). Cependant, d'autres apprentissages sont possibles au sein de ces mêmes situations. S'ils ne sont pas prévus par l'institution ou l'enseignant, ils peuvent rester invisibles même s'ils sont utiles aux élèves. Les

règles permettant de choisir l'approche de la géométrie dans laquelle une tâche se situe ne sont pas mentionnées dans les programmes, elles ne sont, *a priori*, pas explicitement enseignées ni évaluées. En l'absence de cours leur étant particulièrement dédié en dehors de l'école, leur apprentissage a probablement lieu en classe. Ainsi, elles relèvent donc bien de l'apprentissage informel. Cet apprentissage informel implique des difficultés méthodologiques car il peut tout à fait être non-conscient et non-intentionnel. Un élève peut apprendre sans le savoir. Avec des apprentissages invisibles, certains élèves pourraient en savoir plus que ce qu'ils seraient capable de dire.

A l'origine, les sources de données que j'avais envisagées étaient les suivantes :

- Des analyses d'exercices : comme cela a été fait pour l'exercice donné en exemple, je prévoyais d'analyser des exercices de géométrie issus des deux manuels que j'utilise en classe. L'exemple donné plus haut avait pour but d'illustrer un glissement entre deux approches de la géométrie. Il aurait également été intéressant de relever les indices indiquant dans quel cas se situe un exercice, même si le cadre géométrique est unique.
- Des analyses de productions d'élèves : les élèves montrent régulièrement une confusion entre les différentes approches de la géométrie. Ils se basent en général sur les instruments au lieu d'utiliser les propriétés du cours. Je disposais déjà de copies intéressantes et j'envisageais d'intégrer à chaque exercice de géométrie une question supplémentaire consistant à choisir dans quel cadre géométrie l'élève se place et à souligner les éléments de l'énoncé l'ayant conduit à cette conclusion.
- Des entretiens avec des élèves volontaires : lorsqu'un élève propose une réponse intéressante, j'aurais pu lui demander très rapidement des explications supplémentaires au moment de rendre la copie.
- Analyse de la pratique d'un jeu de cartes sur les cadres géométriques : il s'agit de créer des cartes avec des figures géométriques, codées ou non, en vraie grandeur ou non et de demander aux élèves d'identifier des figures remarquables en fonction de l'approche de la géométrie. Cette dernière pourrait être déterminée de manière aléatoire.

Le principal problème de ces sources de données est le temps qu'elles demandent, qu'il s'agisse de la création du jeu de cartes ou de l'adaptation des évaluations afin d'en faire également des outils de recherche. L'analyse d'un exercice n'est pas très longue mais dans l'idéal, il aurait fallu pratiquer une analyse systématique de tous les exercices de géométrie afin de mettre en place une base de données des approches de la géométrie utilisées et des indices permettant de les identifier. Même sur un seul ouvrage, cela représente une somme de travail beaucoup trop importante dans le cadre d'une recherche qui n'est pas réalisée à temps plein. Il me semblait difficile d'accomplir un travail aussi approfondi dans le cadre du Master 2 MEEF. De plus, d'autres éléments m'ont montré que les règles implicites ne se limitaient pas aux approches de la géométrie ni au domaine des mathématiques. L'exemple le plus parlant est un exercice issu du Transmath 5^e (Joriz et al., 2016, p 53) que j'ai donné en Devoir Maison à ma classe de 5^e. Voici son énoncé :

23 Voici une situation inspirée d'une fable de Jean de La Fontaine.

« Nous allons partager cet agneau », dit le lion en s'adressant au singe et au renard.



« Puisque nous sommes trois, j'en prends d'abord le tiers ; c'est juste ! Ensuite, comme roi des animaux, il m'en revient en plus la moitié. Enfin, je m'en attribue encore le sixième parce que tel est mon bon plaisir. Après cela, partagez-vous le reste. »

Déterminer les parts du singe et du renard en s'aidant d'un schéma tel que celui-ci.

--	--	--	--	--	--

Les savoirs mathématiques mis en jeu relèvent de l'égalité de quotients, la procédure est guidée par un indice et ne présente pas de difficulté particulière. Cependant l'analyse des copies suggère que dans au moins quelques cas, des élèves ont commencé par suivre la bonne démarche avant de l'abandonner. Cette dernière conduit à la conclusion que le lion ne laisse rien au renard et au singe. Cette conclusion a été jugée comme fausse et a amené une correction de la compréhension du texte par les élèves. La « moitié » que le lion s'attribue après avoir pris le tiers de l'agneau a été appliquée aux deux tiers restants plutôt qu'à l'agneau

en entier. Ainsi le renard et le singe se partageaient le tiers restant de l'agneau. Suite à une discussion avec ma responsable de suivi de mémoire, j'ai réalisé que la proposition « il m'en revient en plus la moitié » pouvait paraître ambiguë. Le pronom « en » peut se référer à l'agneau entier ou aux deux tiers restants. Un raisonnement possible est de considérer que l'on ne partage que ce qui n'a pas encore été prélevé par quelqu'un, le lion en l'occurrence. Ce dernier prélève d'abord un tiers de l'agneau, puis la moitié de ce qui reste, à savoir les deux tiers. Un lecteur doit ainsi choisir à quel référent le pronom est lié dans le discours suivant :

Nous allons partager cet agneau. Puisque nous sommes trois, j'en prends d'abord le tiers ; c'est juste ! Ensuite, comme roi des animaux, il m'en revient en plus la moitié.

En appliquant strictement les règles de la grammaire française, le pronom « en » se référerait à l'agneau entier. Les deux interprétations restent possibles, certains élèves ont suivi la première, d'autre la seconde. Cependant, les élèves évoqués plus haut ont d'abord choisi l'interprétation où le lion prend tout l'agneau. Mais ils sont ensuite revenus sur leur choix et ont choisi l'autre car, pour eux, le partage implique que tout le monde doive recevoir quelque chose. Certains élèves ont visiblement réalisé l'exercice en y ajoutant des règles implicites extérieures au contenu même du cours de mathématique pour choisir une interprétation de l'énoncé en faveur d'un autre. Ces règles implicites les ont conduits à invalider une procédure mathématique correcte. De mon côté, ma connaissance de la fable originale et de son dénouement m'ont conduit à ne pas envisager une autre interprétation. L'histoire devait se terminer par le lion prenant l'agneau en entier. Les deux compréhensions possibles résultent chacune de l'application d'une grammaire particulière, au sens de Gee (2003), à l'exercice. Leur confrontation a conduit à la mise au jour des décalages entre les règles implicites, ce qui constitue un apprentissage critique tel qu'il est défini par Gee (2003).

En dehors des productions d'élèves, l'interaction avec eux a également fait émerger des règles implicites. De manière évidente, lorsque les règles implicites appliquées par les élèves et les miennes sont les mêmes, il n'est pas possible de les mettre en évidence. C'est le décalage entre nos règles implicites qui a conduit à les mettre au jour à travers un apprentissage critique de ma part. Ces événements sont marquants pour moi et il m'est très facile de m'en rappeler. Au contraire, la recherche intentionnelle de règles implicites demande non seulement une

préparation mais peut également être infructueuse. En effet, il n'est pas possible de savoir à l'avance si une règle implicite intervient dans une situation et cela nécessite un décalage entre deux grammaires. Pour ces différentes raisons, j'ai choisi de ne pas focaliser ma recherche sur les règles implicites régissant le choix d'une approche de la géométrie afin de prendre en compte toutes les règles implicites que je pourrais mettre en avant dans le cadre de mes cours. Par conséquent, la présente recherche aura un caractère exploratoire, elle présentera un éventail de pistes pour des recherches plus ciblées et approfondies. L'objectif n'est donc pas de se focaliser sur les règles implicites les plus courantes ou ayant le plus grand impact mais d'en identifier autant que possible.

II. Ancrage théorique : jeu, règle et cadre

Outil théorique : les cadres de l'expérience

Parmi l'ensemble des disciplines enseignées au collège, les mathématiques me semblent être celle qui se rapproche le plus d'un jeu. Dans son étude du jeu, Brougère avance que qualifier ou non une activité de jeu « ne relève pas de caractéristiques objectives de l'activité qui ne sont pas spécifiques, mais de la façon dont cette activité prend sens pour un individu ou dans la communication entre deux ou plusieurs individus » (Brougère, 2005, p. 42). Plutôt que de séparer le jeu et l'apprentissage, l'auteur a mis en place cinq critères pour se « doter d'un instrument qui permettra d'analyser les frontières complexes entre jouer et apprendre » (Brougère, 2005, p. 61). Les cinq critères de Brougère sont :

- Le second degré
- La décision
- La règle
- La frivolité
- L'incertitude

Le second degré correspond au changement du sens donné à une situation, par exemple lorsqu'un morceau de bois devient un pion dans un jeu de dame. Les mathématiques appliquent un changement de sens à une situation en y appliquant des concepts mathématiques, comme le nombre, les formes géométriques. Cet aspect peut se retrouver dans n'importe quelle discipline étudiant le monde réel, la physique et la géographie procèdent de la même façon. La décision peut sembler limitée pour un élève de collège en dehors des décisions à prendre pour résoudre un problème car il ne décide pas de faire des mathématiques ni des mathématiques qu'il va faire. Mais dans les classes supérieures ou pour un professeur, les mathématiques offrent des choix uniques par rapport aux autres disciplines. Parmi toutes les propriétés que possède un carré, nous pouvons choisir lesquelles peuvent constituer une définition nécessaire et suffisante et lesquelles seront donc des propriétés découlant de la définition. Nous pouvons même décider des axiomes que nous prenons comme point de départ.

Ce pouvoir de la décision découle de la place des règles en mathématiques, même si l'on emploie plus volontiers les termes de propriétés et de théorèmes, la pierre angulaire de leur

construction étant le raisonnement logique. La frivolité, au sens de détachement par rapport à la réalité physique, conduit au fait que la décision possède une valeur d'actes en mathématiques. Une démonstration commence par la décision du « monde mathématique » dans lequel on se situe et des noms que l'on donnera aux éléments dans ce monde. Ce monde choisi est bien souvent une convention pour faciliter la communication, mais rien n'interdit d'en créer d'autres. Dans l'absolu, l'incertitude est réduite en mathématiques mais dans la pratique, on peut aboutir ou non à un résultat, en prenant plusieurs chemins différents. Au final, c'est la personne qui s'adonne aux mathématiques qui décide si elle est ou non en train de jouer, mais dans leur fonctionnement elles sont très proches d'un jeu.

Pour analyser le fonctionnement d'une activité, j'ai utilisé dans ma thèse les cadres de l'expérience de Goffman (1991). Ils sont liés aux jeux mais ne leur sont pas spécifiques et ont l'avantage de permettre de gérer facilement les règles sur différents niveaux. Ils me semblent adaptés à l'analyse des règles implicites en mathématiques. Je reprends ici en partie la présentation de cet outil théorique faite dans ma thèse (Hock-Koon, 2013) en l'adaptant par rapport au cadre scolaire. Les cadres de l'expérience de Goffman (1991, p. 18) constituent un outil pour penser l'activité sociale, ils se fondent sur l'idée suivante:

Mon idée de départ est la suivante : une chose qui dans certaines circonstances peut se présenter comme la réalité peut en fait être une plaisanterie, un rêve, un accident, un malentendu, une illusion, une représentation théâtrale, etc. J'aimerais attirer l'attention sur le sens des circonstances et sur ce qui le soumet à des lectures multiples.

Ces lectures multiples résultent pour l'auteur de l'application de différents cadres interprétatifs (Goffman, 1991, p. 30) :

Dans nos sociétés occidentales, identifier un événement parmi d'autres, c'est faire appel, en règle générale, et quelle que soit l'activité du moment, à un ou plusieurs cadres ou schèmes interprétatifs que l'on dira primaires parce que, mis en pratique, ils ne sont pas rapportés à une interprétation préalable ou « originaire » et ne font pas référence à autre chose qu'à l'activité qui se joue. Est dit « primaire » ainsi un cadre qui nous permet, dans une situation donnée,

d'accorder du sens à tel ou tel de ses aspects, lequel autrement serait dépourvu de significations.

Un cadre primaire apporte un sens à une situation qui n'en aurait pas eu sans lui. Les cadres primaires se distinguent en deux catégories, les cadres naturels et les cadres sociaux. Ils renvoient respectivement aux activités de la « Nature » et aux activités humaines. Ces cadres primaires permettent de comprendre les événements qui ont lieu, de prévoir ceux qui peuvent en résulter. Ils s'opposent ainsi aux cadres secondaires qui proposent une modification du sens d'un événement donné. Cette modification est appelée *modalisation* par Goffman (1991, p. 52) :

Par mode, j'entends un ensemble de conventions par lequel une activité donnée, déjà pourvue d'un sens par l'application d'un cadre primaire, se transforme en une autre activité qui prend la première pour modèle mais que les participants considèrent comme sensiblement différentes. On peut appeler modalisation ce processus de transcription.

Goffman identifie cinq types de modalisation : le *faire-semblant* (incluant le jeu et la fiction), les *rencontres sportives*, les *cérémonies*, les *réitérations techniques* (apprentissage d'une tâche, entraînement) et les *détournements* (comme le carnaval). Les cadres primaires ou secondaires sont marqués par des indices indiquant les limites temporelles et spatiales des divers cadres.

A partir de cette typologie, le fonctionnement d'une classe peut être compris comme un cadre secondaire. Les règles constituant ce cadre forme la grammaire dont nous avons déjà discuté au sens de Gee (2003). Les êtres humains présents dans une salle de classe sont, de manière primaire, des enfants et un adulte. De manière secondaire, il s'agit d'élèves et d'un professeur. L'arrivée du cadre secondaire de la classe, marquée par l'entrée en classe ou les rituels, indique un changement des règles de fonctionnement par rapport à la cour de récréation. De la même façon, un collège est régi par des règles, et donc un cadre, différent de celui du monde extérieur. Comprendre ce cadre et respecter ses règles est une difficulté que les enfants doivent surmonter avant de devenir élèves. En partant de là, le cours de mathématiques constitue un cadre supplémentaire avec ses propres règles, qui diffèrent d'un cours de français

par exemple. Les différentes approches de la géométrie peuvent également être considérées comme des cadres différents.

Ainsi, les cadres peuvent être prescriptifs, ils peuvent indiquer ce qui est autorisé ou non dans une situation donnée. Les cadres peuvent également faire l'objet d'une confusion : un élève peut ne pas comprendre qu'il est en classe, ne pas savoir en quoi la classe diffère de la vie normale, ou confondre les approches de la géométrie. Un cadre définit ce qu'il faut éviter de faire pour ne pas le briser. Goffman cite comme exemple : « celui qu'on surprend à parler tout seul s'efforce en général de masquer sa défaillance, conscient que son acte viole la règle propre au cadre des interactions quotidiennes » (Goffman, 1991, p. 228). L'auteur mentionne les possibilités de confusion et d'erreurs de cadrage. Ces dernières peuvent avoir des origines diverses, elles peuvent venir d'une erreur d'interprétation, d'une tentative de tromperie. Dans le cas des élèves, il peut s'agir d'une incompréhension ou de l'ignorance du fonctionnement d'une classe ou d'un cours. J'ai utilisé les cadres de l'expérience pour caractériser la ruse dans une pratique définie par des règles (Hock-Koon, 2011). Pour cela, il a fallu distinguer le cadre réellement défini par les règles telles qu'elles sont écrites et le cadre appliqué par le joueur ou les arbitres.

Le cadre appliqué à une situation peut varier en fonction des sujets. Alors que la réalité matérielle est unique, plusieurs personnes peuvent lui donner des sens différents. Ainsi, chaque individu peut appliquer un cadre ou plusieurs cadres particuliers à une même situation. Cela peut conduire à différentes perceptions des possibilités offertes par un même jeu ou des choses autorisées dans une salle de classe ou dans un exercice. La flexibilité de l'outil permet de gérer les décalages entre ces différents cadres, leur superposition ou les éventuels glissements, comme ceux opérés entre les trois approches de la géométrie. Les incompréhensions et les malentendus constituent les indices indiquant un décalage entre les cadres appliqués par les personnes prenant part à l'activité. Je m'intéresse ici à la partie du cadre définie par des règles implicites, qui n'ont pas été explicitement données et qu'un décalage permet de mettre au jour.

L'impact des règles implicites

Nous avons vu en introduction des cas où les règles implicites peuvent constituer des obstacles à la réussite d'une tâche. Avant de formaliser ce phénomène à l'aide des outils théoriques, il me semble opportun de reprendre l'utilisation que nous en ferons ici. On

considère ici la pratique scolaire des mathématiques, cette dernière a principalement lieu en classe de mathématiques. Cette pratique a lieu dans un espace donné, la salle de classe, est régie par un ensemble de règles qui forment la grammaire du cours de mathématiques, au sens de Gee (2003). Ces règles donnent un sens à la situation et régissent son fonctionnement. Elles permettent donc à un participant de comprendre ce qui se passe dans la salle de classe et comment la situation peut évoluer. Les différentes règles peuvent être classées en fonction du cadre auquel elles appartiennent :

- Le cadre primaire : il place des enfants et un adulte dans une salle.
- Le cadre secondaire de la classe : les enfants deviennent des élèves, l'adulte un enseignant et la salle une salle de classe.
- Le cadre secondaire des mathématiques : ce dernier comprend les règles qui régissent le domaine sémiotique des mathématiques.

Le dernier cadre pourrait être découpé en sous-cadres en fonction de la thématique (géométrie, calcul, probabilités...), de la leçon ou même de l'exercice, mais je ne le fais pas pour l'instant. Je précise que le cadre des mathématiques est secondaire car il modifie un sens primaire ou un sens secondaire, par exemple une croix au tableau devient un point. Il n'y a pas de cadre tertiaire dans la théorie de Goffman (1991). A l'intérieur de chaque cadre, on trouve des règles, certaines sont explicites, elles peuvent être écrites dans le règlement intérieur ou un ouvrage de mathématiques, d'autres sont implicites. Dans cette typologie, on pourrait comprendre le contrat didactique de Brousseau (1990) comme un cadre en partie implicite qui peut être rompu ou les théorèmes-en-actes de Vergnaud (2001, p. 20) comme des règles qui peuvent être implicites, locales ou même fausses. Le parallèle avec le « contrat didactique et ludique » de Pelay (2009) coule de source, ce dernier constitue la création d'un cadre particulier pour « un contexte et un public donné » (Pelay, 2009, p. 6).

Il serait possible de considérer le décalage entre les cadres perçus par l'enseignant et ceux perçus par les élèves comme une incompréhension de ces derniers, comme le fait Braconné-Michoux (2014, p. 26) avec les différents niveaux d'abstraction en géométrie :

Chaque niveau de pensée a son langage, les mêmes mots ayant alors des sens différents pour deux personnes fonctionnant dans des niveaux différents. En particulier, si l'enseignant maîtrise un niveau de pensée supérieur à celui de ses

élèves, il pourrait utiliser un vocabulaire auquel les élèves donneraient un sens différent ; l'enseignant serait alors mal compris par ses élèves.

Mais je préfère utiliser une perspective issue du monde du jeu. Chez les joueurs également, il peut exister des règles implicites ou des décalages entre ces règles d'un joueur à l'autre (Bergström, 2010). Plutôt que de dire qu'il existe une bonne compréhension et que certains joueurs ou élèves se trompent, je préfère dire qu'ils ne jouent pas au même jeu même s'ils sont au même endroit, utilisent les mêmes objets et suivent les mêmes règles explicites. En effet, pour se référer à une bonne compréhension d'un cadre, il faudrait que ce dernier soit fixé officiellement, il faudrait donc expliciter toutes ses règles, ce qui est extrêmement difficile voire impossible pour une situation aussi complexe qu'une salle de classe. Dire que deux personnes ne jouent pas au même jeu crée un fossé entre elles qui va au-delà de la simple incompréhension.

Sirlin (2006), joueur de haut niveau et auteur d'un guide sur cette pratique, utilise le terme de « *scrub* », que l'on pourrait traduire par « demi-portion », pour désigner un joueur « handicapé par des règles qu'il s'impose lui-même et dont le jeu n'a rien à faire » et qui ne joue pas pour gagner. Un *scrub* possède des « obstacles mentaux » qui l'empêchent de gagner, comme l'interdiction d'utiliser une tactique qui semble trop puissante. Sirlin s'intéresse au jeu compétitif à très haut niveau, mais cette notion d'obstacles mentaux, créés ou non par les élèves, se retrouve dans les exemples cités plus hauts. Les élèves n'ont pas réussi l'exercice sur les fractions parce qu'ils ont ajouté un sens supplémentaire, une règle donc, au mot « partage » alors que l'exercice et les mathématiques en général, n'utilisent ce mot qu'en référence à une procédure mathématique. Ainsi, tous les élèves n'ont pas résolu le même exercice, tout comme on pourrait dire qu'ils n'ont pas joué au même « jeu ». De même, un élève qui n'a pas intégré les règles pour choisir l'approche de la géométrie qui convient à une tâche ne jouera pas au même jeu que celui qui a intuitivement compris cette distinction. Les élèves/joueurs jouant au même jeu que l'arbitre/enseignant auront de fortes chances de mieux réussir que ceux qui jouent à un autre jeu. Mon objectif est de mettre au jour les différences entre le jeu auquel je pensais jouer et celui auquel mes élèves jouaient effectivement.

Contexte et méthodologie

Selon le livret enseignant remis en début d'année, le collège Pablo Picasso, troisième collège de Garges-Lès-Gonesse, est un établissement de typologie 1 accueillant « les plus grandes

parts d'élèves susceptibles de rencontrer ou d'avoir rencontré, des difficultés scolaires ». Sur deux années consécutives, au moins deux indicateurs comptent parmi les plus défavorables en sixième : « le plus de CSP défavorisées, les plus faibles résultats à l'évaluation, le plus de retard scolaire ». Le collège est à la tête d'un Réseau d'Education Prioritaire constitué de 4 écoles maternelles et élémentaires du secteur. L'établissement compte 627 élèves dont 591 en enseignement général et 36 en SEGPA. Le collège dispose également d'une Unité Pédagogique pour les Elèves Arrivants Allophones. Un professeur référent prend en charge les élèves allophones pour un enseignement renforcé de Français Seconde Langue. Le collège peut également mettre en place divers dispositifs pour les élèves à besoins spécifiques : les Projets d'Accueil Individualisé, les Plan d'Accompagnement Personnalisé et les Programmes Personnalisés de Réussite Educative. Je suis responsable de deux classes, une sixième de 25 élèves (26 en début d'année) et une cinquième de 24 élèves. Ma tutrice établissement est Marine Berthoz et mon tuteur ESPE Florian Paulou.

Le statut d'enseignement m'impose une posture d'observation participante pour mon terrain. Ainsi je peux « exploiter immédiatement [mes] observations précédentes ainsi que [mes] propres réactions personnelles d'observateur ou de participant » (Glaser & Strauss, 2010, p. 303). Cela est d'autant plus vrai que les instants qui me font réagir en classe sont également ceux qui mettent en avant un décalage entre ma compréhension de la situation et celle des élèves. Lorsque cela arrive, je prends note de l'événement sur mon téléphone après le cours. J'ai également accès aux productions des élèves aussi bien pour les évaluations que pour les devoirs maisons. Ainsi, les données qui seront effectivement traitées dans ce mémoire seront principalement de deux types avec une troisième source en complément :

- Les productions d'élèves : les évaluations et les devoirs maisons que je scanne après leur correction depuis le second trimestre en notant les copies intéressantes. Lorsque cela est nécessaire, l'exercice en lui-même peut aussi être analysé comme nous l'avons vu plus tôt. J'ai également scanné une partie des copies du brevet qui m'ont été confiées.
- Les notes d'observation : les réactions ou questions des élèves mettant en avant un décalage entre les cadres appliqués à la situation.
- Les petits entretiens : des questions rapides posées à certains élèves à la fin du cours lorsqu'il me fallait des informations complémentaires par rapport à une production.

Dans la plupart des cas, les élèves étaient incapables de m'expliquer les raisons les ayant conduits à donner telle réponse mais je mentionne tout de même cette source.

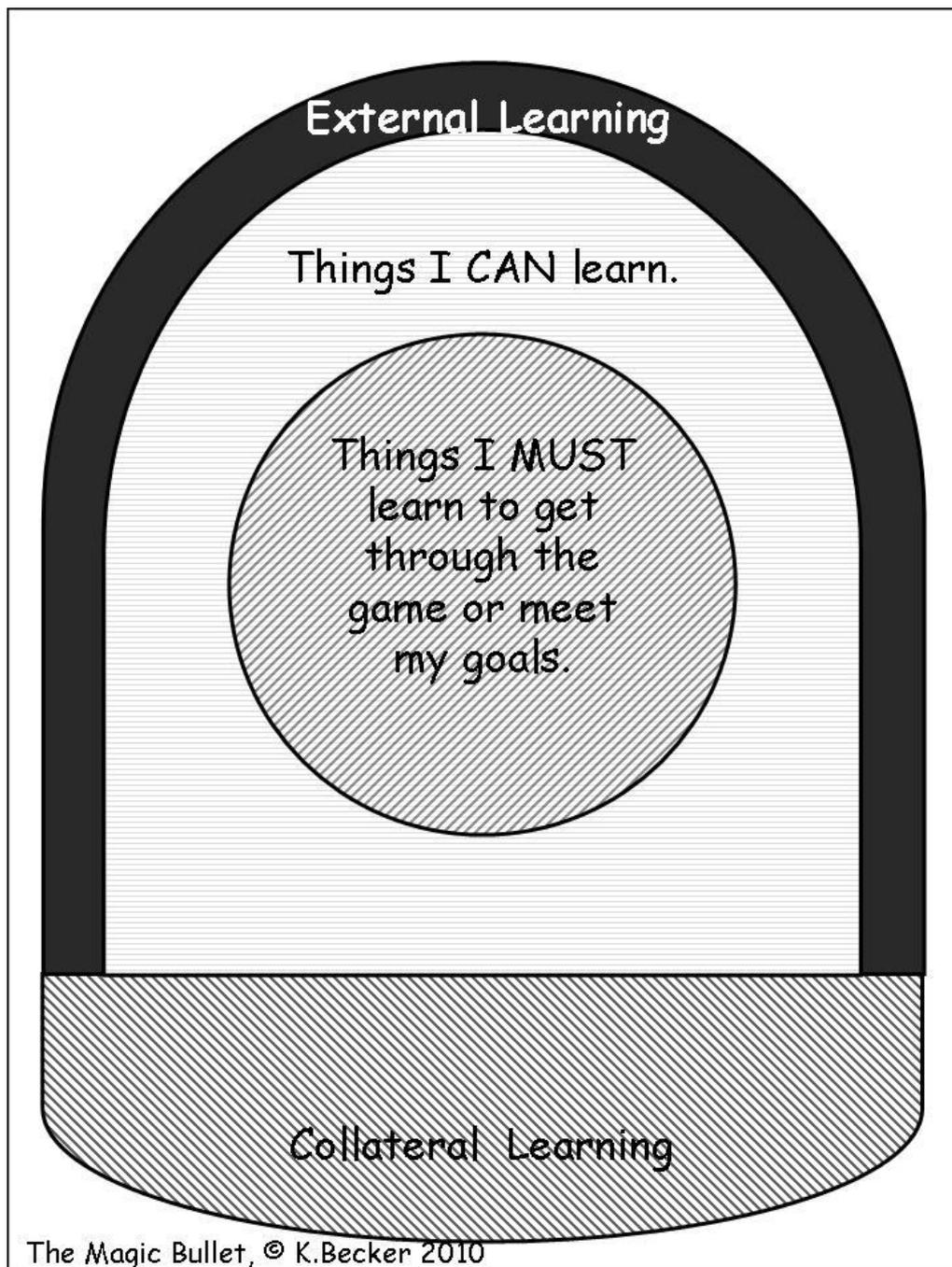
L'ensemble des données récoltées représente 91 pages de productions d'élèves et de notes d'observation. J'ai choisi de ne pas inclure les dernières évaluations même si elles présentaient des éléments corroborant certaines idées esquissées ci-dessous. La principale difficulté a été d'organiser ces données très fournies et hétéroclites de manière cohérente et claire. Une piste envisagée a été la distinction faite par Chevallard (Chevallard & Joshua, 1991, p. 49-56) entre trois types de notions mathématiques :

- Les « notions mathématiques » qui constituent des objets de savoir pleinement susceptibles d'être des objets d'enseignement, comme « l'addition, le cercle, la dérivation, les équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants ».
- Les « notions paramathématiques » sont nécessaires à l'enseignement des notions mathématiques mais ne sont pas enseignées en elles-mêmes ou évaluées, comme « la notion de paramètre, la notion d'équation, la notion de démonstration ».
- Les « notions protomathématiques » forment une « strate plus profonde » mobilisées implicitement. Ces notions « vont de soi » selon l'auteur, sauf en cas de difficultés.

Les notions protomathématiques semblent de se rapprocher des règles implicites que nous avons évoqués. Cependant l'approche de Chevallard s'est révélée trop centrée sur les mathématiques et sur les notions explicites. Certaines difficultés rencontrées par les élèves résultent de règles implicites affectant le rôle de ces derniers au sens large ainsi que le sens donné aux mots dans un énoncé. Si ces règles interviennent en cours de mathématiques, elles s'appliquent à un domaine plus large, qui pourrait être l'école ou même la société française. De plus, un découpage basé sur la nature des notions dont on étudie l'acquisition me semble moins approprié qu'un découpage basé sur les types de difficultés. En effet, différents décalages dans un même type de notion peuvent conduire à des conséquences différentes pour les élèves. Par exemple, un élève peut ne pas savoir calculer une addition ou ne pas comprendre le sens du signe « + » tout en étant capable de faire une addition. Dans le premier cas, il y aura erreur de calcul et dans le second l'absence d'identification de la tâche à accomplir.

Une autre possibilité était de reprendre la logique de la typologie de Becker (2011) qui utilise comme caractère discriminant l'origine de l'apprentissage nécessaire pour terminer un jeu. L'auteure utilise pour cela un schéma qu'elle nomme la « *Magic Bullet* ». La *Magic Bullet* distingue quatre ensembles d'apprentissage que l'on pourrait adapter ainsi pour les élèves dans un contexte scolaire :

- Les choses que l'on PEUT apprendre : cet ensemble regrouperait ce que les élèves peuvent apprendre en classe.
- Les choses que l'on DOIT apprendre : ce second ensemble comprendrait ce que l'élève doit apprendre dans le but d'accomplir un certain objectif, comme réussir un exercice.
- L'apprentissage collatéral : l'apprentissage collatéral regrouperait les apprentissages qui ne font pas partie de l'enseignement scolaire mais qui n'ont pas d'impact sur la réussite à l'école.
- L'apprentissage externe : ce dernier ensemble regrouperait les apprentissages ayant un impact sur la réussite sur la réussite scolaire mais ayant lieu en dehors de l'école.



Pour utiliser cet outil dans le cadre du mémoire de Master 2 MEEF, il aurait été possible de placer les différentes règles implicites dans le type d'apprentissage auxquelles elles correspondent. La distinction entre les apprentissages possibles et les apprentissages obligatoires a été utile dans ma thèse. Cependant, dans un contexte scolaire, il s'est révélé difficile d'identifier clairement tous les apprentissages nécessaires pour réussir un exercice. De plus, la délimitation de l'apprentissage externe me semblait délicate. Un élève peut en

effet apprendre en dehors de l'école quelque chose qui n'a pas été enseigné en cours. Cela pose également la question du travail à la maison, non seulement ce dernier échappe à l'observation mais il fait partie des choses que l'on attend d'un élève tout en étant très variable. Il m'est possible de savoir ce qui a été abordé avec moi en cours, mais pas d'où viennent les autres apprentissages et en particulier les règles implicites. Je n'aurais pas pu exploiter pleinement ce découpage avec les données à ma disposition.

Au final, il m'a semblé que le choix le plus judicieux était justement de s'axer sur la mécanique du choix : suivre les étapes générales qui conduisent un élève à écrire telle ou telle réponse en identifiant les règles implicites qui ont pu intervenir à chaque étape dans les différentes productions sur différents exercices. Tous les exercices ne faisaient pas intervenir les mêmes règles implicites et toutes les règles implicites n'interviennent pas au même moment dans la décision de l'élève. Ainsi, certaines étapes font intervenir plus de règles implicites que d'autres. Pour mettre en place les étapes de décision, j'ai pris comme point de départ l'« anatomie d'un choix » de Salen et Zimmerman (2003, p. 64-65) que l'on peut voir comme un approfondissement du critère de décision de Brougère (2005). Cette typologie comprend cinq étapes correspondant à cinq questions :

- Que s'est-il passé avant que le joueur n'ait la possibilité de choisir ?
- Comment la possibilité est-elle transmise au joueur ?
- Comment le joueur a-t-il fait son choix ?
- Quels sont les conséquences de ce choix ? Comment va-t-il affecter les choix futurs ?
- Comment les conséquences du choix sont-elles transmises au joueur ?

Ces questions fonctionnent bien avec le jeu vidéo car ce dernier présente une interaction immédiate et constante. Chaque choix peut avoir des conséquences qui affecteront le suivant. Un joueur peut parcourir cette boucle plusieurs fois en quelques secondes. L'ensemble de ces choix ont pour objectif de réaliser un objectif donné, comme gagner une partie. Le joueur prend donc ses décisions dans un contexte. Ce contexte sera la première étape de la typologie que j'emploierai. En termes de cadres, il s'agit du cadre regroupant d'un côté les règles régissant le fonctionnement de la classe ainsi que celles dictant l'attitude de l'élève face à une évaluation ou un exercice.

Une fois le contexte posé, l'élève se retrouve face à une tâche qui correspond aux deux premières questions. Je préfère les regrouper sous la question de la compréhension de la tâche car la temporalité est différente entre un exercice sur feuille et un jeu vidéo. En effet, dans un exercice, il n'y a pas en permanence des événements externes à l'élève pouvant affecter ses décisions. Ces événements peuvent cependant être internes, comme sa propre réflexion. Dans cette question de la compréhension de la tâche, il me semble crucial de mettre en avant la question de la nature de la réponse attendue ainsi que ce qui constitue une réponse complète sans élément superflu. En reprenant les termes de Braconne-Michoux (2014) au sujet des définitions en mathématiques, on pourrait parler de « réponse nécessaire et suffisante ». Je précise que la nature nécessaire et suffisante d'une réponse est pour moi indépendante du fait qu'elle soit correcte ou non. Dans cette seconde étape, les points suivants seront examinés :

- La situation présentée par la tâche (il peut s'agir d'une situation réelle à modéliser ou d'une situation mathématique à résoudre).
- La nature de la consigne et de la réponse attendue.
- Le contenu d'une réponse nécessaire et suffisante.

La troisième question par rapport au joueur doit être développée dans le cas d'un élève. Comme nous l'avons vu, le cycle de décisions peut être très rapide dans un jeu. De plus, si on se limite aux ordres données sur les périphériques de commande, il est possible d'avoir accès à toutes les actions et donc à toutes les décisions d'actions prises par le joueur. Pour les élèves, nous avons accès qu'à leurs réponses finales et non à l'ensemble des décisions prises tout au long de l'exercice. La question devient donc « comment l'élève choisit-il sa réponse ? ». Dans le choix de la réponse, je souhaite différencier le contenu, qui est supposé constituer la réponse nécessaire et suffisante, de la manière de l'exprimer. Ces deux sujets incluent également les moyens pour y parvenir, qu'il s'agisse du contenu de la réponse ou de l'expression de ce contenu.

Les deux dernières questions, sur les conséquences et leur transmission au joueur, ne sont pas applicables dans le cadre cette étude. Encore une fois, la nature des jeux vidéo implique une interaction rapide et continue. Les choix des joueurs peuvent avoir des conséquences immédiates. Les choix des élèves, et notamment leurs réponses, n'ont pas de conséquences immédiates. Il faut pour cela attendre la correction et le retour que fait le professeur. Il serait possible de se pencher sur la question des conséquences ou absences de conséquences par

rapport à ces retours. Mais cela implique d'étudier l'évolution de la manière dont les élèves répondent au fur et à mesure de l'année. La méthodologie que j'ai utilisée pour mettre en avant les décalages dans les règles implicites n'est pas adaptée à cette tâche. Il aurait fallu présenter les mêmes exercices à différents moments de l'année pour mettre en avant l'évolution des élèves dans leur manière de les aborder.

Au final, les résultats présenteront les règles implicites intervenant ou qu'il aurait fallu faire intervenir dans les cadres suivants :

- Le fonctionnement du contexte.
- La compréhension de la situation présentée.
- La nature de la question et de la réponse attendue.
- Le contenu d'une réponse nécessaire et suffisante.
- La recherche du contenu de la réponse.
- L'expression du contenu de la réponse.

Il serait possible d'établir un lien entre ces cadres/étapes et les six grandes compétences en mathématiques, mais cela ne me semble pas pertinent dans le cadre de ce travail.

III. Résultats

Les résultats vont être présentés en suivant le plan décrit dans la partie précédente. Dans chaque cas, il s'agit de règles implicites, mais ces dernières peuvent intervenir de différentes façons :

- Une règle implicite peut être ajoutée par un élève ou le professeur.
- Une règle implicite peut être ignorée ou non suivie par un élève ou le professeur.

Lorsque deux règles entrent directement en contradiction, l'opposition est facilement mise en avant. Dans certains cas, il n'y a rien à opposer à une règle sinon l'absence de règle implicite sur le sujet. Je tâcherai de préciser soigneusement la personne qui applique une règle implicite lorsque cette dernière est énoncée. Je mettrai l'accent sur les règles implicites qui pourraient aider les élèves à mieux réussir en les plaçant en indentation avec une numérotation continue sur l'ensemble du mémoire. Le lecteur pourra remarquer une différence de qualité entre les différentes copies d'élèves. Les premières numérisations ont été effectuées avec une application de scan sur une tablette. J'ai remplacé ce moyen en cours d'année par un véritable scanner qui donne de bien meilleurs résultats. Lorsque la copie provient d'une évaluation, l'énoncé est présent sur le scan. Lorsqu'il s'agit d'un exercice tiré d'un ouvrage, un lien entre parenthèses renvoie vers l'énoncé en annexe.

Le fonctionnement du contexte

Les règles implicites liées au contexte régissent l'attitude de l'élève en classe et le fonctionnement de l'activité scolaire. Certaines règles, apprises explicitement en primaire, devraient être acquises au collège et donc demeurer implicites. Cependant, certains élèves ne les appliquent pas.

La tenue d'une copie

Parmi ces règles non appliquées par certains élèves au sujet de la tenue d'une copie, on trouve les suivantes :

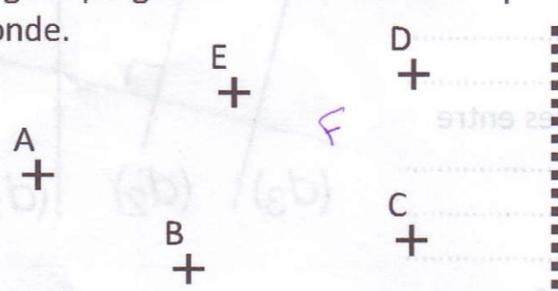
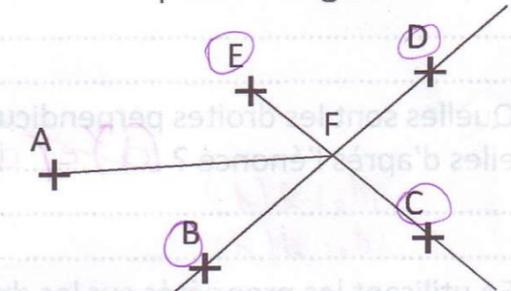
1. Il faut écrire son nom et son prénom sur une copie en mettant une majuscule.
2. Il ne faut pas remplir une copie au crayon, sauf pour les figures.
3. Il faut commencer une copie double avec les trous à gauche, la marge à gauche, la ligne avec trois interlignes en haut et celle avec deux interlignes en bas.

4. Il ne faut pas modifier un énoncé.
5. Il ne faut pas commenter/décorer/gribouiller une copie.
6. Il faut soigner la copie, non pas pour faire joli mais pour éviter les ambiguïtés.
7. La position d'un élément dans un graphique ou un énoncé a un sens.

Les deux premiers cas ne demandent pas vraiment d'exemples, ils arrivent régulièrement. Avec le troisième, expliciter la règle pour savoir où commencer une feuille double montre que ce n'est pas si simple que cela si on n'en a pas l'habitude. Les deux cas suivants demandent de plus amples détails. Par modification d'énoncé, j'entends deux choses : modifier l'énoncé pour le rendre plus facile et modifier l'énoncé comme un brouillon. Dans l'exemple suivant, l'élève ne voyait pas comment rédiger le programme pour passer de la figure de gauche à la figure de droite sans le point F. Il a donc ajouté le point F à la figure de gauche. On notera au passage que le point F n'est indiqué que par son étiquette, il n'y a pas de croix ou de point donnant sa position. De plus, l'utilisation des crochets et des parenthèses ne correspond pas toujours à l'objet concerné.

Ex 1 : programme de construction	1 points sur 4
----------------------------------	----------------

Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.

TRACER (CBD) TRACER (EC) PASSANT PAR F
 TRACER (BD) AU MILIEU DE PASSA PAR F
J'ai vu penser pas ajouter F comme ça, il faut qu'il soit l'intersection de (EC) et (BD)

Dans l'exemple ci-dessous, l'élève a, en quelques sortes, utilisé l'énoncé comme brouillon. Au stylo, il a cherché où devait se trouver la virgule pour obtenir le résultat de la division par 100. Il est incontestable que cet élève a compris ce qu'on lui demandait et comment le réaliser. Mais une question se pose pour l'enseignant : dois-je tenir compte de la virgule ajoutée ou faire comme si elle n'existait pas ? Dans le premier cas, l'égalité serait fautive mais cela implique d'accepter une modification d'énoncé de la part de l'élève. J'ai choisi de faire

comme si cette virgule n’existait pas tout en indiquant à l’élève qu’il devait éviter de faire ce genre de chose. Cette décision me conduit également à ne pas tenir compte des commentaires et décorations faits sur les copies, sauf lorsque ce qui est écrit n’est pas acceptable.

Ex 3 : multiplier et diviser par 10, 100, 1000		1 points sur 2
Calcule les résultats suivants :		
$58,4 \div 10 = \dots 0,584 \dots$	$31,06 \times 1000 = 31060 \dots$	✓
$0,006 \times 100 = 6 \dots$	$7694 \div 100 = 76,94 \dots$	✓

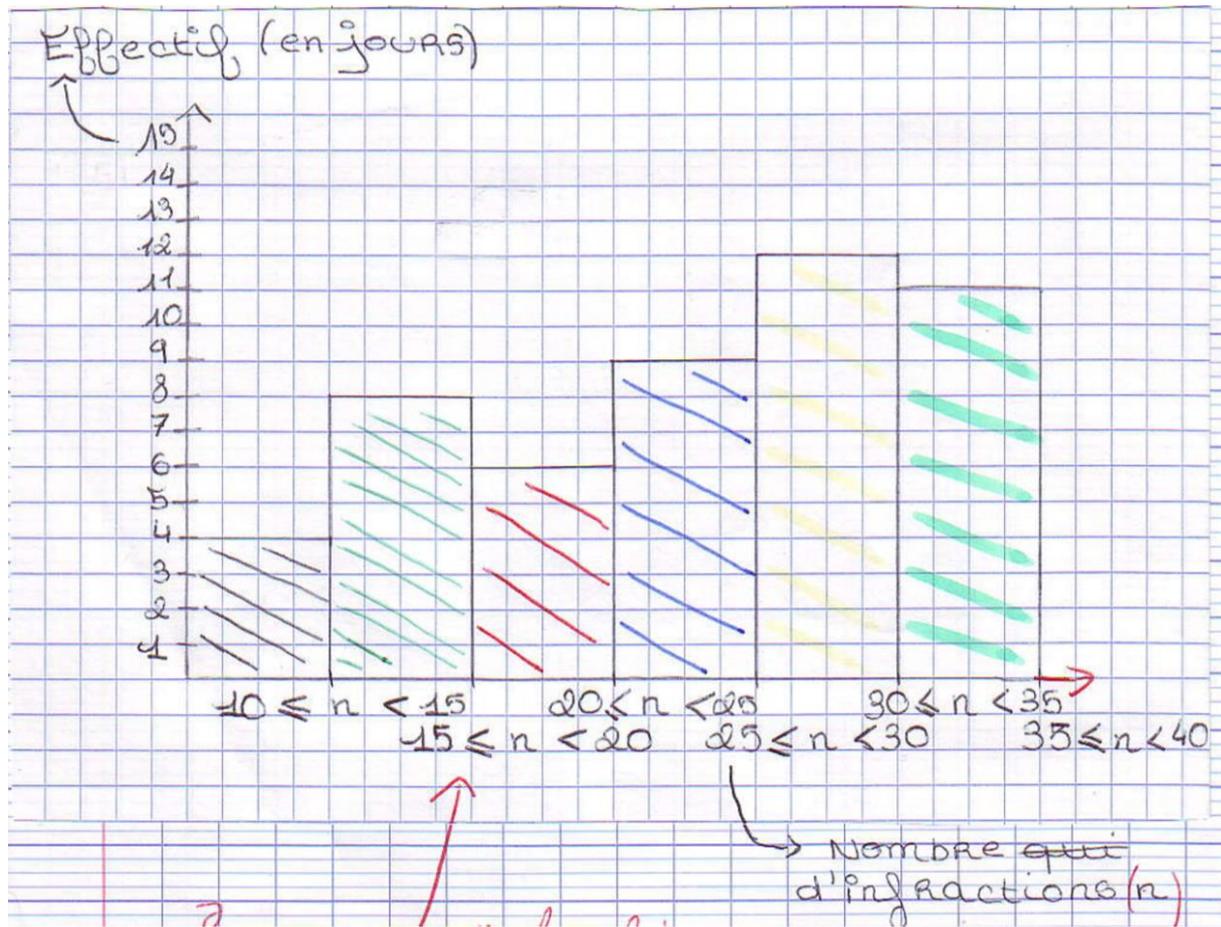
Le manque de soin peut conduire à des cas ambigus où le correcteur ne sait pas vraiment ce que l’élève répond. Cela arrive notamment lorsque les ratures ne sont pas claires. L’exemple le plus caricatural étant les suivants où il n’y a pas de moyen de savoir quelle virgule ou quel symbole est la correction de l’autre :

Ex 3 : multiplier et diviser par 10, 100, 1000		0,5 points sur 2
Calcule les résultats suivants :		
$58,4 \div 10 = \dots 0,584 \dots$	$31,06 \times 1000 = \dots 31060 \dots$	✓
$0,006 \times 100 = \dots 6 \dots$	$7694 \div 100 = \dots 76,94 \dots$	✓

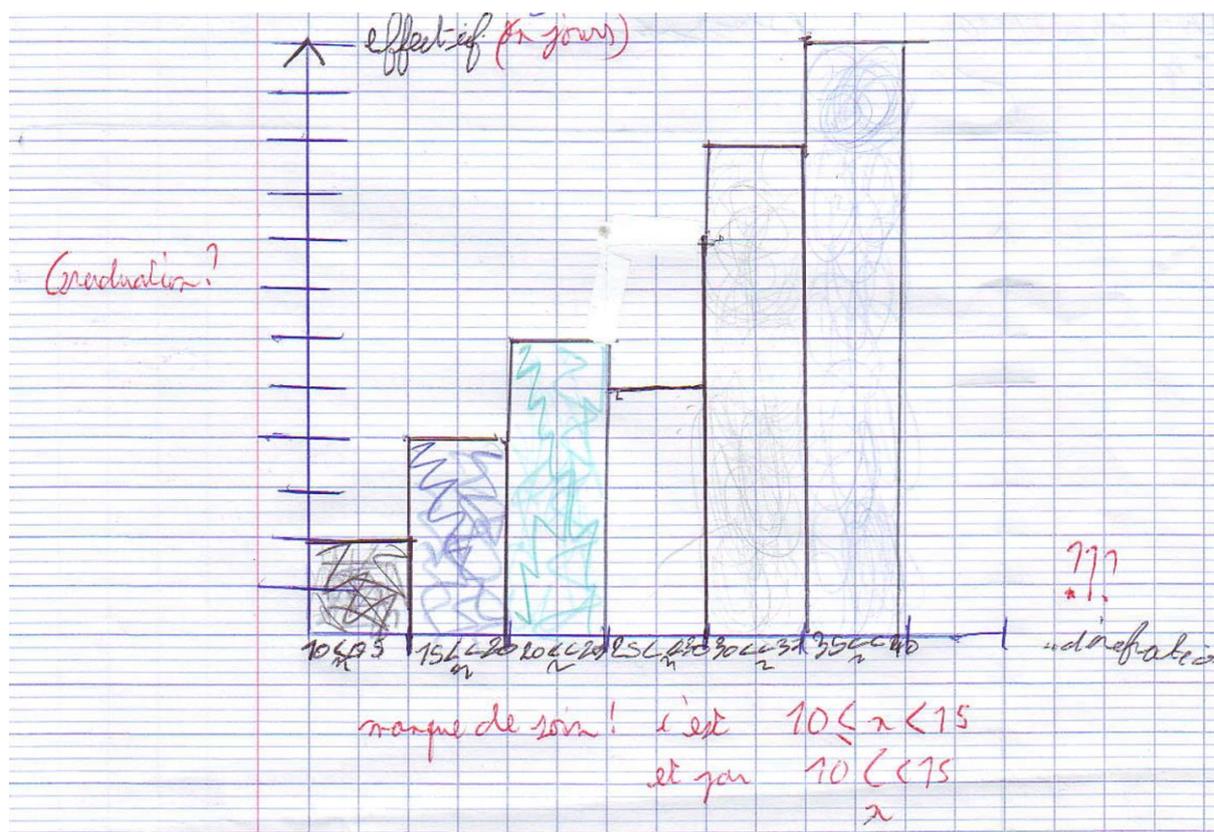
Ex 4 : Comparaison de fractions		1,5 points sur 3
Classe les fractions suivantes par ordre croissant :		
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{13}{6}$
$\frac{1}{2} < \frac{1}{3} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2} < \frac{7}{3} < \frac{13}{6}$		
<i>un demi < un tiers < trois tiers < quatre tiers < sept tiers < dix-trois sixièmes</i>		

Dans le registre du soin mais de manière plus spécifique, pour certains élèves, l’intitulé des classes dans un histogramme n’a pas à être placé à proximité de la barre correspondant à la classe. Conceptuellement, cela pourrait s’expliquer par l’absence de liens entre les barres et

l'intitulé des classes. Dans le cas ci-dessous, les intitulés sont décalés dès la deuxième colonne (cf. Exercice sur les infractions routières (Transmath 5e p 107)).



Sur le même exercice, un autre élève a noté les classes au bon endroit mais a oublié de mettre « n ». Au lieu de refaire le diagramme, il a ajouté la lettre en dessous des intitulés.



Lorsque j'étais au collège, une règle explicite donnée par mes professeurs était « en cas doute sur la manière de comprendre une réponse, le professeur choisira la mauvaise façon de la comprendre ». Il ne fallait donc laisser aucun doute sur sa réponse. Cette règle n'est clairement pas appliquée dans mes évaluations.

L'attitude face au travail

Avant même l'entrée dans un exercice, un certain nombre de règles implicites peuvent définir l'attitude de l'élève face à la tâche. Cette attitude est liée à l'attitude face au travail scolaire de manière générale. Les trois règles implicites suivantes peuvent réellement sembler évidentes, cependant, elles ne le sont pas pour certains élèves :

8. Il faut répondre à la question/suivre la consigne.
9. Il faut répondre à toute la question/suivre entièrement la consigne.
10. Il ne faut rien faire en dehors de ce qui est demandé ou de ce qui permet de faire ce qui est demandé.

Il arrive régulièrement que, sur des tâches intermédiaires ou des tâches à prise d'initiative, des élèves ayant compris la question se lancent dans les étapes intermédiaires bille en tête. Ils les

effectuent correctement, mais ce faisant ils perdent de vue l'objectif qui est de répondre à la question. Dans cet exercice, on présentait aux élèves les cent premiers chiffres de π . Ils devaient donner la fréquence des chiffres pairs, impaires, inférieurs à 5 et supérieurs à 4. La principale erreur a été de compter les blocs de trois chiffres plutôt que les chiffres, mais nous y reviendrons. Quelques élèves ont classé les chiffres dans un tableau et n'ont pas conclu, comme sur la production suivante (cf. Exercice sur les chiffres de π (Transmath 5e p 110)) :

Exercice 45 page 110:

Inférieurs:	Paires:	Impaires:	Supérieurs:
- 4, 2, 6, 8, 2, 8,	- 3, 1, 1, 5, 9	- 4, 2, 2, 4, 2, 4	- 6, 8, 8, 6, 6,
- 4, 6, 2, 6, 4, 8,	- 5, 3, 5, 9, 7, 9	- 4, 2, 0, 2, 4,	- 8, 8, 8, 6, 8, 8,
- 2, 0, 2, 5, 8, 4, 6,	- 3, 3, 3, 3, 3, 9,	- 0, 2, 0, 4, 0,	- 6, 6, 4, 8, 6, 8,
- 0, 8, 2, 0, 8, 6	5, 1, 9, 2, 1, 9,	- 2, 0, 2, 0, 4, 2,	- 8, 8, 6, 8, 8, 6
- 6, 4, 0, 6, 2, 8, 6	7, 1, 9, 3, 9, 9,	- 4, 2, 0, 3, 1, 1,	
- 6, 8, 8, 6, 2, 0, 8,	3, 7, 5, 5, 9, 7, 9,	- 5, 3, 3, 3, 3, 3,	
- 4, 8, 2, 4, 2, 0, 6	5, 9, 3, 7, 1, 9,	- 1, 2, 1, 1, 3, 3,	
-	9, 3, 5, 3	1, 3, 3	

Dans ce cas, on peut dire l'élève a donné la justification sans donner la réponse. L'inverse, qui consiste à donner la réponse recherchée sans suivre entièrement la consigne qui indique de justifier cette réponse, est un grand classique. Je ne voulais pas m'attarder sur ces cas de réponse partielle, mais en l'écrivant je réalise une ambiguïté sur ce point. Je n'ai pas pu creuser cette piste car l'idée est réellement venue pendant la rédaction. On a tendance à séparer la réponse et la justification, mais lorsque cette dernière est demandée, elle fait partie de la réponse. Parler d'une réponse formée d'un résultat et d'une justification porterait moins à confusion. Une adulte sera capable de comprendre si le terme « réponse » se réfère au résultat seul ou à l'ensemble de ce qui est attendu, mais un élève ne pourra pas forcément le faire. Si le résultat et la réponse sont équivalents et différents de la justification, cela pourrait expliquer qu'un élève estime avoir répondu en donnant un résultat sans justification.

Il arrive également que des élèves s'arrêtent en ayant partiellement répondu à la consigne. Dans l'exemple suivant, au lieu de classer toutes les fractions, les élèves ont classés entre elles

celles qui avaient le même numérateur ou le même dénominateur. Ils n'ont pas appliqué l'égalité de quotient pour continuer la comparaison.

Ex 4 : Comparaison de fractions	2 points sur 3
---------------------------------	----------------

Classe les fractions suivantes par ordre croissant :

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{13}{6}$

Celle qui ont les numérateurs égaux :

$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ *mi*

Celle qui ont le même dénominateur :

$\frac{1}{2} < \frac{4}{3} < \frac{7}{3}$ *mi*

Celle qui ont le même dénominateur :

$\frac{4}{3} < \frac{7}{3}$ *mi*

Qui est la réponse ?

$\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2} < \frac{7}{3} < \frac{13}{6}$

Ex 4 : Comparaison de fractions	15 points sur 3
---------------------------------	-----------------

Classe les fractions suivantes par ordre croissant :

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{13}{6}$

mi $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ← leurs numérateurs sont égaux

mi $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$ ← leurs dénominateurs sont égaux

mi $\frac{4}{3} < \frac{7}{3}$ ← leurs dénominateurs sont égaux

$\frac{13}{6}$

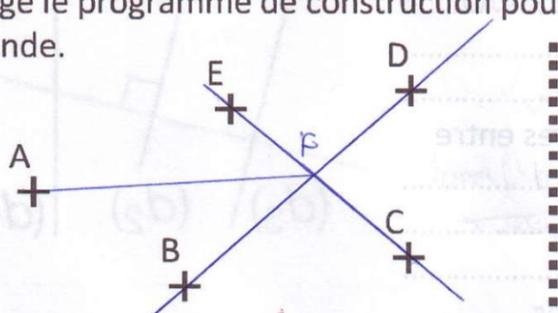
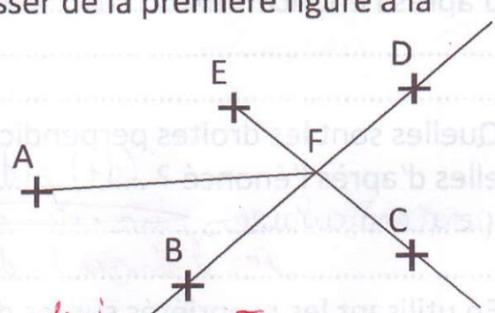
Qui est la réponse ?

Une règle implicite expliquant ce comportement et celui qui ne donne que la justification sans la réponse pourrait être « si j'ai réussi à appliquer le cours alors j'ai répondu » alors que la règle implicite enseignant serait « il faut appliquer le cours pour pouvoir trouver la réponse ».

A côté des élèves ne faisant pas tout ce qu'on leur demandé, on trouve des élèves qui en font plus et contreviennent à la règle implicite consistant à ne faire que ce qui est demandé ou permet de faire ce qui est demandé. Dans un exercice sur les programmes de construction, l'énoncé demandait de rédiger le programme pour passer d'une figure à l'autre, mais pas de compléter la figure. Malgré tout, certains élèves l'ont fait.

Ex 1 : programme de construction	3 points sur 4
----------------------------------	---

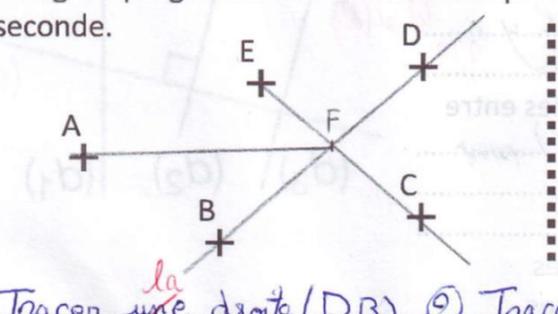
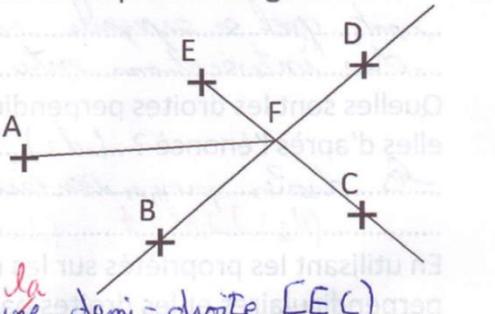
Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.

① Tracer une droite (DB). ② Tracer une droite [EC].
 ③ Noter (F) à l'intersection. ④ Tracer un segment [AF].

Ex 1 : programme de construction	3,5 points sur 4
----------------------------------	---

Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.

① Tracer ^{la} une droite (DB). ② Tracer ^{la} une demi-droite [EC].
 ③ Tracer ^{en l'appelant F} un point à l'intersection de la demi-droite et la droite.
 ④ Tracer ^{le plus court} un segment [AF].

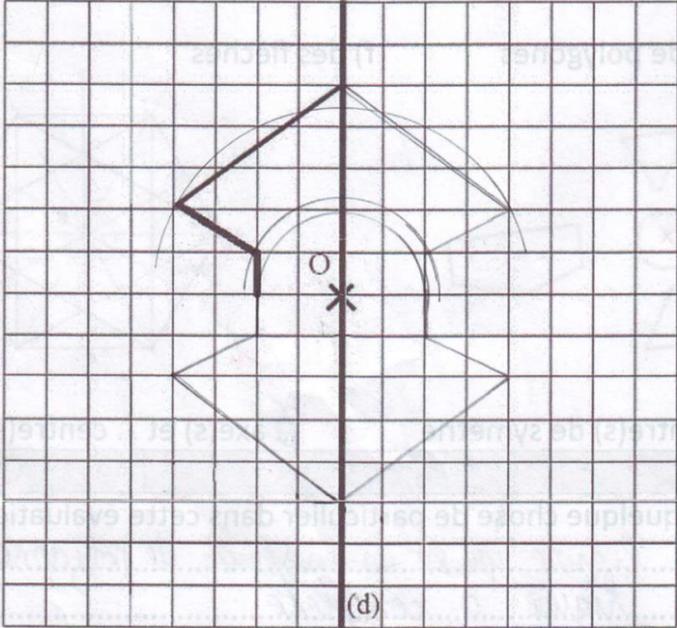
Cela n'a pas eu de conséquences négatives dans les copies, mais ils ont probablement perdu du temps sans gagner de points pour cette activité. Les élèves ont vraisemblablement appliqué une règle implicite du type « s'il y a deux figures dont une incomplète, il faut compléter la figure incomplète ». Cette règle implicite pourrait être un automatisme issu des exercices de primaire où les élèves doivent reproduire des figures.

Un autre automatisme de ce genre est apparu dans un exercice sur les symétries axiales et centrales avec un quadrillage. Deux élèves ont tracé les symétriques en mettant des traits de construction au compas comme sur l'exemple suivant :

Ex 2 : Tracer sur quadrillage	3 points sur 3
--------------------------------------	-----------------------

Complète la figure ci-dessous pour qu'elle soit à la fois :

- symétrique par rapport à la droite (d). Cela signifie que si on plie la figure le long de la droite (d) alors les deux parties se superposent.
- symétrique et par rapport au point O. Cela signifie que si l'on fait faire un demi-tour à la figure autour du point O alors la figure reste la même.



Tu as un quadrillage,
tu n'as pas besoin
des traits de
construction.

Cela est d'autant plus surprenant que la moitié inférieure de la figure a été tracée sans compas. L'élève est donc bien capable de tracer les symétriques avec un quadrillage. Il y a eu un transfert de la consigne demandant de laisser les traits de construction en géométrie. Je dois avouer que cette consigne n'est pas toujours explicite lorsqu'il n'y a pas de quadrillage. La règle implicite que j'applique dans ce cas est la suivante :

11. On ne met pas de trait de construction sur un quadrillage.

De façon plus générale, il semble que certains élèves appliquent les règles suivantes par rapport au travail qui reviennent au contraire à en faire le moins possible :

- Si ce n'est pas ramassé, pas besoin de le noter/de le faire.
- Il faut minimiser les efforts plutôt que maximiser le gain.

Cela peut même s'appliquer aux bons élèves. Dans une évaluation, le dernier exercice demandait de tracer plusieurs polygones, il fallait en tracer au moins trois pour obtenir tous les points, les polygones supplémentaires pouvaient rapporter des points bonus. Certes, il est difficile de savoir si un élève a choisi de ne pas faire tous les polygones ou s'il n'a pas eu le temps de le faire. Mais, j'ai un élève qui finit les évaluations avant la fin du délai et me demande de ramasser sa copie en avance. Comme nous pouvons le voir ci-dessous, il a tracé trois polygones au lieu des cinq alors qu'il avait suffisamment de temps pour tous les faire.

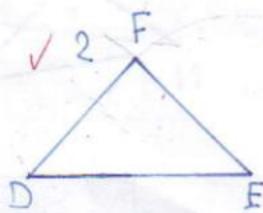
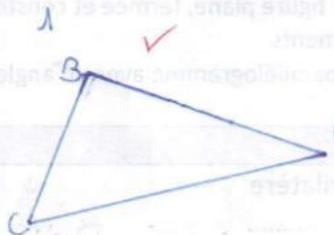
Ex 3 : tracer des polygones

3 points sur 3

Trace ci-dessous au moins 3 des polygones suivants. (tu ne perds pas de points si tu te trompes, mais si tu en construis correctement plus de 3, il y aura un bonus) :

- 1 • Un triangle ABC rectangle en B, avec $BC = 3$ cm et $AB = 5$ cm.
- 2 • Un triangle DEF isocèle en F avec $DE = 4$ cm et $FE = 3$ cm.
- 3 • Un losange GHIJ avec $HI = 5$ cm et $GI = 4$ cm.
- 4 • Un carré KLMN avec $KN = 6$ cm.
- 5 • Un octogone OPQRTSUV.

Tu peux commencer par faire une figure à main levée au brouillon pour t'aider.



Et les autres ?

Au final, cet élève a obtenu les trois points de cet exercice. Mais sans les deux points bonus, il n'a pas pu compenser ses petites erreurs sur les autres exercices et n'a pas obtenu la note maximale. Pour cet élève, qui a tendance à ne pas relire sa copie avant de la rendre alors qu'il a terminé, on pourrait dire que l'attitude face à la copie suit la règle implicite suivante : « minimiser l'effort passe avant le fait de maximiser les chances d'obtenir la note maximale ». En effet, il fait le strict minimum qui peut lui amener la note maximale au lieu d'en faire un peu plus pour augmenter la probabilité de l'obtenir.

La compréhension de la situation présentée

Nous avons traité le contexte dans lequel un exercice est réalisé, il est temps de plonger à l'intérieur en commençant par la première étape : la compréhension de la situation présentée dans l'exercice. Cette partie comporte peu de cas, il s'agit en général de situation réelle que les élèves n'arrivent pas à comprendre correctement. En effet, lorsque la situation est purement mathématique, sa compréhension passe par le cours et est donc explicite sauf cas particulier. A moins d'un malentendu au sein même du cours, les élèves ne comprennent un énoncé parce qu'ils n'ont pas appris les définitions du cours. Cela conduit à la place des définitions et des règles dictant comment les élèves les abordent mais nous y reviendront.

La première situation est issue du deuxième sujet de brevet blanc. J'ai participé à la correction du sujet et du barème en plus de la correction d'une dizaine de copies. Il s'agissait d'un exercice sur la divisibilité appliquée à un panneau mural sur lequel on voulait poser des carreaux de différentes tailles. L'élève devait déterminer quelles tailles de carreaux permettaient de recouvrir entièrement le panneau (cf. Exercice sur les dates de la Rome antique (Transmath 5e p 63)

4 Ranger par ordre décroissant ces grandes dates de la civilisation romaine.



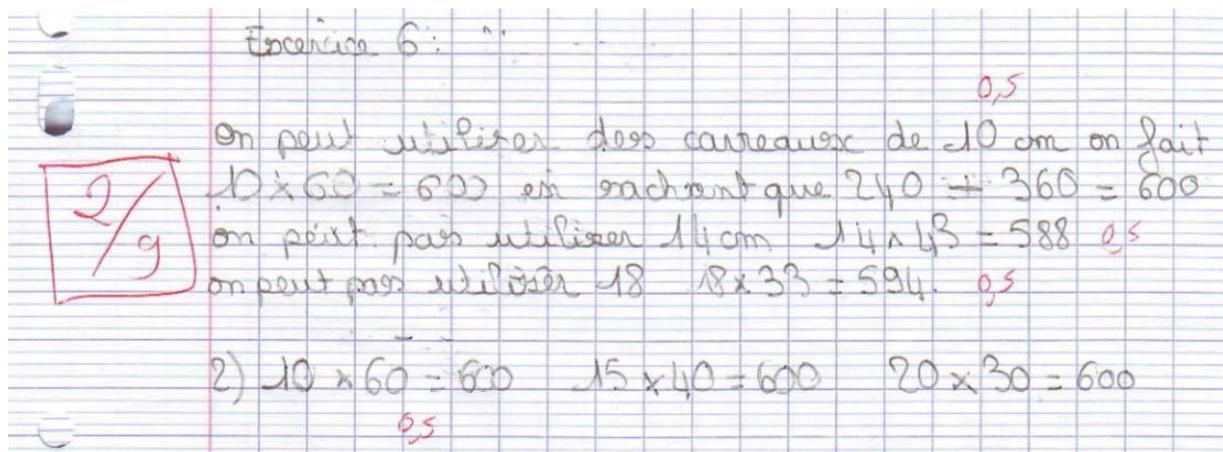
Exercice du brevet sur le panneau mural). L'énoncé décrivait un panneau mural ayant « pour dimensions 240 cm et 360 cm ». En préparant le sujet, nous nous attendions à ce que les élèves appliquent la règle implicite suivante à la situation :

12. Pour un panneau mural, on ne donne que deux dimensions, la hauteur puis la largeur, car l'épaisseur n'est pas prise en compte.

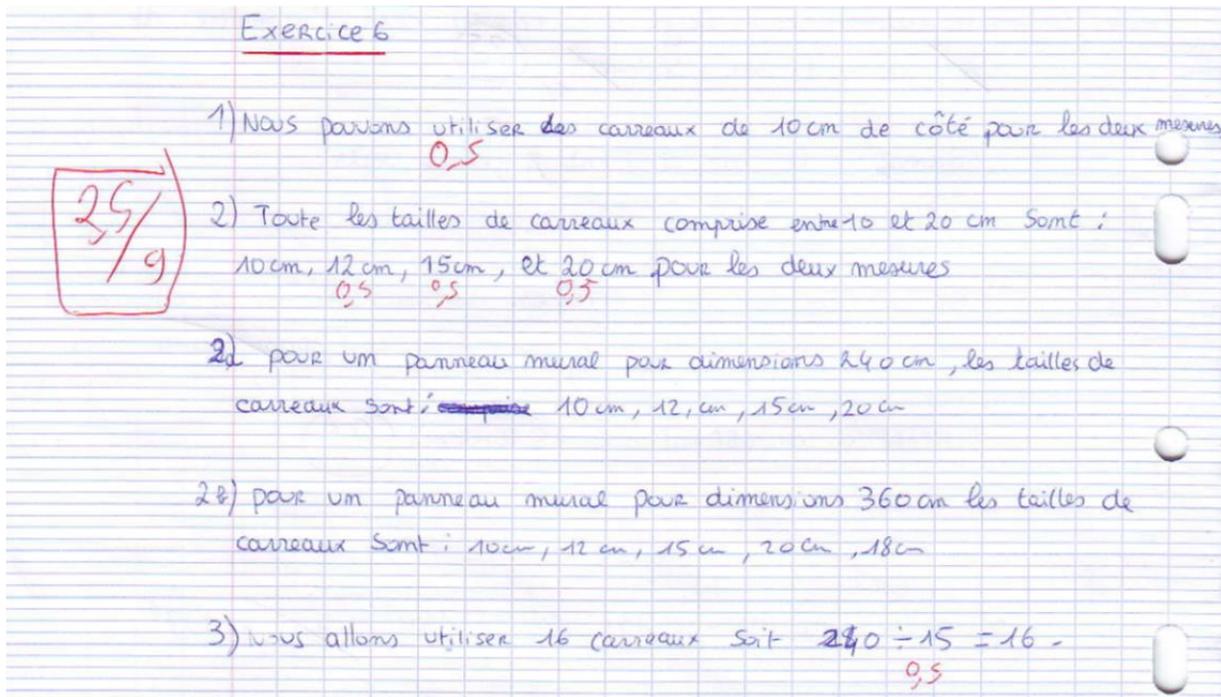
Ainsi, le panneau mural considéré peut être modélisé par un rectangle de 240 cm par 360 cm. Après une recherche plus approfondie sur les panneaux muraux, la première dimension est bien la hauteur et la seconde la largeur. Cependant, les panneaux muraux sont en général plus

hauts que larges. Cela semble tout à fait logique si l'on considère qu'ils doivent atteindre le plafond ou presque. Ils sont donc généralement plus hauts que les portes que l'on peut avoir dans un mur. S'ils étaient plus larges que hauts, ils ne pourraient pas passer par ces portes. On peut remarquer au passage que la hauteur et la largeur sont définies par rapport au sens dans lequel on est supposé utiliser le panneau, ce qui n'est pas le cas en mathématiques.

Deux élèves semblaient ne pas avoir rencontré de panneaux muraux dans leur vie et ont considéré qu'un panneau mural n'avait qu'une seule dimension. Le premier élève a compris « 240cm et 360 cm » comme la « somme de 240 cm et 360 cm ».



Le second élève a résolu l'exercice comme s'il y avait deux panneaux muraux à une dimension : un de 240 cm et un de 360 cm.



Le second cas d'incompréhension de la situation venait d'un exercice sur les fractions donné en évaluation. La situation était un jeu de fléchettes, les différentes parties de la cible apportent différents points, sous forme de fractions, lorsqu'elles sont atteintes. L'élève devait déterminer quelle(s) partie(s) un joueur avait touchée(s) pour obtenir trois points au total en fonction du nombre de fléchettes lancées.

Ex 4 : additionner des fractions

points sur 3

Voici la cible d'un jeu de fléchettes. Les fractions indiquent le nombre de points qu'un joueur gagne en touchant une zone avec une fléchette. Tous les joueurs ont obtenu trois points mais ils n'ont pas touché les mêmes zones.

Le premier joueur a lancé 3 fléchettes.

Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?

.....

Le second joueur en a lancé 4.

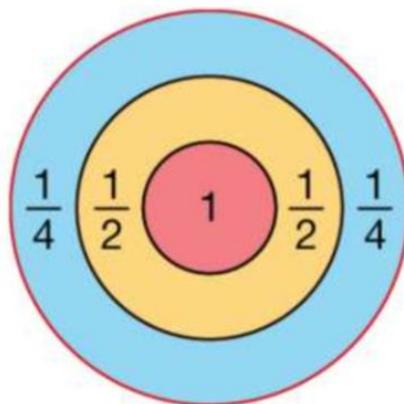
Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?

.....

Le troisième en a lancé 12.

Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?

.....



Environ la moitié de la classe n'a pas compris l'exercice malgré mes explications alors que pour l'autre moitié de la classe, c'était évident. Je pense que tout se ramène au fait d'avoir joué ou non aux fléchettes dans sa vie. Les règles des fléchettes, implicites dans cet exercice, sont :

13. Chaque joueur lance ses fléchettes sur la cible.
14. La cible est divisée en zones.
15. Une fléchette tombant dans une zone rapporte au joueur qui l'a lancée le nombre de points marqué sur la zone en question.
16. Le score se calcule en faisant la somme des points rapportés par chaque fléchette.

Ces règles permettent de comprendre la situation de manière globale. Sans ces informations, un élève ne peut pas comprendre que le lancer de fléchettes se modélise par le choix d'un nombre et que le score est la somme des nombres choisis. Une autre information n'est pas précisée explicitement dans l'énoncé : aucune des fléchettes évoquées n'est tombée en dehors de la cible.

17. Plus on s'éloigne du centre de la cible, moins les zones rapportent de points.

Cette règle aurait peut-être empêché certains élèves de confondre un demi et un quart avec 1,2 et 1,4. Cette erreur est classique et relève du contenu explicite du cours, mais la règle implicite des fléchettes ci-dessus aurait pu aiguiller l'élève sur la bonne interprétation des fractions.

Tout comme l'exercice sur les panneaux supposait une connaissance au moins superficielle des panneaux muraux, l'exercice sur les fléchettes supposait une connaissance de ce jeu. Cela fait appel à des choses qui peuvent sembler évidentes pour ceux qui les connaissent mais qui ne le sont pas forcément pour les autres. Cependant, dans les deux cas que nous venons de voir, il n'y avait qu'une seule interprétation correcte, contrairement à l'exemple vu en introduction avec le partage de l'agneau par le lion. Les deux interprétations possibles, que le lion parle d'une portion de l'agneau entier ou de ce qu'il en reste, étaient valables et appuyées par des connaissances extérieures à l'exercice. Quelles règles implicites pourraient résoudre ce dilemme ? En réfléchissant sur ce que j'aurais fait dans cette situation, j'ai abouti aux règles implicites suivantes :

18. En cas de doute entre deux interprétations, il faut demander au professeur.

19. Si on ne peut pas demander, il faut indiquer qu'il y a deux interprétations et dire laquelle on choisit ou faire les deux.

On se retrouve dans ce cas à réaliser deux exercices, cela implique une attitude cherchant à maximiser le gain quels que soit les efforts à fournir.

La nature de la question et de la réponse attendue

Une fois la situation comprise, l'élève doit saisir la question posée ou la consigne imposée pour résoudre l'exercice.

La nature de la question

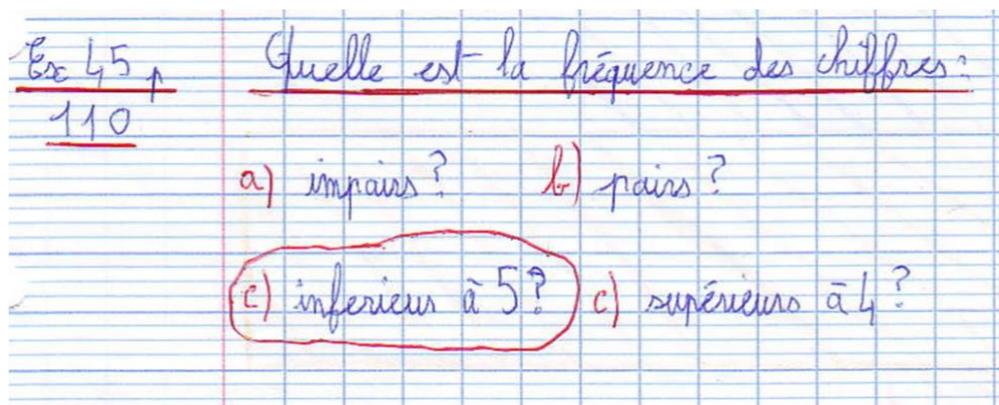
J'ai rencontré un cas où plusieurs élèves, dont des bons élèves, n'ont pas compris la nature de la question qui leur était posée. L'exercice porte sur les cent premiers chiffres du nombre π qui étaient donnés aux élèves. Les questions étaient présentées de la manière suivante :

Quelle est la fréquence des chiffres :

a. impairs ? **b.** pairs ?

c. inférieurs à 5 ? **d.** supérieurs à 4 ?

Certains élèves ont considéré que la question était une question à choix multiples et ont donné des réponses de ce type :



Vraisemblablement, une règle implicite associant la disposition et les lettres a, b, c et d avec une question à choix multiples est intervenue. Pour moi, il n'y avait aucun doute sur le fait que cette présentation permettait de ne pas répéter quatre fois la première partie de la

question. Les réponses des élèves m'ont permis d'expliciter les règles qui m'avaient conduit à cette interprétation :

20. On ne dit pas d'une fréquence qu'elle est paire, impaire, inférieure à 5 ou supérieure à 4.

21. Si on avait voulu le demander, la formulation aurait été « La fréquence des chiffres est-elle... ».

La règle est elle-même pleine d'implicites qui ne viennent pas immédiatement à l'esprit. Une fréquence, au sens des statistiques et non pas au sens physique, est un nombre compris entre zéro et un. Il est très peu utile de se demander si une fréquence est paire ou impaire. Ces deux propriétés s'appliquent à des entiers, ou à des fonctions dans un autre contexte. De même, une fréquence au sens statistique est toujours inférieure à cinq et jamais supérieure à quatre. Ainsi, proposer de telles réponses n'aurait pas de sens, mais cela suppose de faire intervenir toutes ces règles. Les élèves ont cru qu'ils devaient répondre à une question à choix multiples alors qu'ils avaient à faire à quatre questions commençant de la même façon.

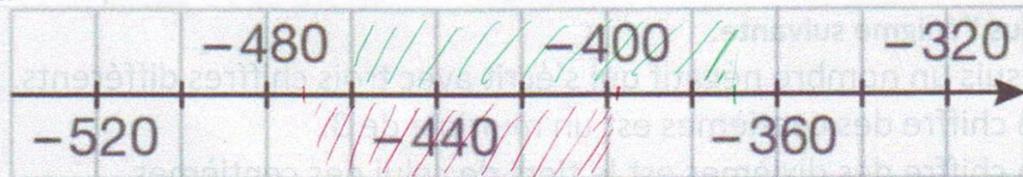
Parfois, des élèves qui ont parfaitement compris la situation ne répondent tout simplement pas à la question. Pour l'exercice suivant, les élèves devaient placer les périodes pendant lesquelles Hippocrate et Socrate avaient vécu.

Ex 2 : repérage sur une droite

3 points sur 3

Hippocrate, médecin grec, est né vers -460 et mort vers -370.

Socrate, philosophe grec, est né vers -470 et mort en -399.

Sur la droite graduée ci-dessous, **colorie** en vert approximativement la période pendant laquelle Hippocrate a vécu et en rouge celle pendant laquelle Socrate a vécu.

Dédus de ce coloriage lequel des deux a vécu la plus longtemps.

Hippocrate a vécu le plus longtemps.

Pendant combien de décennies, approximativement, Hippocrate et Socrate ont-ils été tous les deux vivants ?

Hippocrate a été vivant pendant environ 3 décennies.

Socrate a été vivant pendant environ 4 décennies.

Ils ont été tous les deux vivants pendant 6 décennies.

Un tiers de la classe a compris que la deuxième question demandait combien de temps chacun des deux hommes avaient vécu. Il y avait en effet une ambiguïté dans la formulation. Il aurait été plus clair de la préciser ainsi : « Pendant combien de décennies, approximativement, Hippocrate et Socrate ont-ils été tous les deux vivants en même temps ? ». Ainsi le fait qu'on parle de la période où ils ont vécu en même temps aurait été rendu explicite. Dans la copie ci-dessus, on voit que l'élève a d'abord interprété la question comme demandant combien de temps chacun avait vécu avant de changer son interprétation. Les deux interprétations sont cohérentes avec le sujet de l'évaluation : les nombres relatifs. Il est difficile de déterminer pourquoi un élève applique l'une plutôt que l'autre. Cependant, le changement d'interprétation sur la copie ci-dessus, montre que l'élève a considéré les deux possibilités. Je me suis demandé ce qui a pu changer son interprétation.

Une explication possible relèverait d'une règle implicite sur la syntaxe. Si le professeur avait voulu comme réponse la durée de la vie de chacun des deux hommes, la question aurait été : « Pendant combien de décennies, approximativement, Hippocrate et Socrate ont-ils vécu ? ». Ainsi, on pourrait formuler une règle implicite plus générale de la façon suivante :

22. Si tu hésites entre deux interprétations d'une question, demande-toi comment tu aurais posé la question pour obtenir chacune d'entre elles.

Utiliser cette règle implique une connaissance certaine de langage utilisé dans les énoncés de mathématiques.

La nature de la réponse

De manière générale, lorsqu'un élève se trompe sur la nature d'une réponse, il fait la confusion entre deux concepts proches. Dans certains cas la différence est implicite, dans d'autres elle est explicitée dans le cours. Les deux concepts confondus sont proches, souvent liés entre eux, mais différents, comme l'effectif et la fréquence. La règle implicite que certains élèves n'ont pas intégrée pourrait être la suivante :

23. Il faut être précis en lecture comme en écriture, car généralement deux mots proches ne sont pas interchangeables.

Parmi les exemples explicites, on peut citer les différences entre :

- Un chiffre et un nombre.
- Une définition et un exemple.
- Un effectif et une fréquence.

Si on ajoute à cela le fait que les définitions doivent être nécessaires et suffisantes, on en déduit cette règle implicite qui échappe à de nombreux d'élèves :

24. Il faut apprendre les définitions et ne pas se contenter de les comprendre même si c'est également important.

La dernière partie de la règle a été ajoutée car certains élèves m'ont montré qu'ils avaient du mal à identifier l'objet d'une définition et donc à comprendre les règles qui régissent le fonctionnement d'une définition. On m'a en effet demandé de préciser à chaque définition ce qui était défini. Au lieu d'indiquer « Définition : la fréquence est... », je notais « Définition de la fréquence : la fréquence est... ». Dans la majorité des cas, il n'est pas difficile d'identifier ce qui est défini. Mais une ambiguïté dans une définition peut empêcher un élève de saisir la nature de ce qu'on lui demande. L'exemple suivant porte sur les expériences aléatoires dont j'ai repris la définition dans le Transmath 5^e (Jorioz et al., 2016a) :

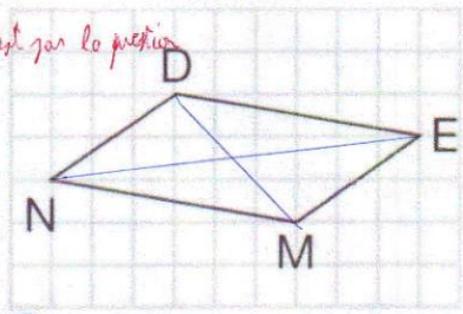
Définition Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quelle issue se produira.

Je précise que cette leçon a eu lieu avant qu'on ne me demande d'indiquer l'objet de chaque définition. Les élèves ont eu du mal à saisir que cette définition n'était pas la définition d'une expérience aléatoire mais la définition du fait d'être aléatoire pour une expérience. Comme je n'avais pas expliqué ce qui constituait une expérience, ils avaient du mal à m'en décrire une correctement. Ils ne mentionnaient pas l'issue qui devait être observée. La définition d'expérience était implicite pour moi, j'aurais dû l'explicitier ainsi pour les élèves :

25. Une expérience consiste en une situation de départ à laquelle on applique un processus et dont on observe certains aspects de la situation finale.
26. Les aspects observés dans la situation finale constituent les résultats de l'expérience.
27. Une expérience est aléatoire si elle possède plusieurs résultats possibles que l'on ne peut pas prévoir avec certitude.

J'ai réalisé un travail plus approfondi sur cette notion dans le cadre du portfolio exigé par l'ESPE. Le document est en annexe.

Les confusions peuvent également porter sur des distinctions qui n'ont pas fait l'objet d'une leçon. Dans un exercice sur les polygones et la façon de les nommer, des élèves ont confondu le nom d'un polygone et sa nature comme sur cet exemple :

Ex 2 : vocabulaire des quadrilatères	1,5 points sur 2
Donne deux noms possibles pour le quadrilatère ci-contre : <u>parallélogramme</u> <i>oui mais ce n'est pas la question</i>	
Nomme deux côtés opposés de ce quadrilatère : <u>[DE] et [NM]</u> ✓	
Nomme deux côtés consécutifs de ce quadrilatère : <u>[EN] et [DM]</u> <i>il y a des</i>	
Trace ses diagonales. ✓	

La distinction peut être explicitée, mais elle me semble difficile à faire comprendre aux élèves :

28. Le nom d'un polygone est une manière de désigner ce polygone, on utilise pour cela les règles données dans le cours.

29. La nature d'un polygone est le terme qui résume les propriétés particulières que ce polygone possède.

La question de la nature d'un objet mériterait plus de réflexion, car dire que DEMN est un quadrilatère n'est pas suffisant pour donner sa nature. Mais je ne la développerai pas ici par manque de temps. Une autre distinction implicite sépare la nature d'un renseignement et son contenu. Dans un exercice de statiques, les élèves devaient étudier le tableau suivant :

Insecte	Nombre
Mouche	2
Coccinelle	4
Sauterelle	7
Fourmi	5

L'énoncé expliquait que ce tableau donnait le nombre d'insectes vu pendant une promenade. La première question demandait quel renseignement était donné par la cinquième ligne. La majorité des élèves ont répondu le contenu du renseignement plutôt que sa nature avec plusieurs niveaux de précision :

- Une description pure et simple de ce qui est écrit :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	3 points sur 3
Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.	
Quel renseignement donne la cinquième ligne ?	
La 5ème ligne donne le renseignement que l'insecte est une fourmi et le nombre "5". C'est le nombre de fourmis.	
Quel insecte a été le moins observé ?	
✓ L'insecte le moins observé est la mouche.	
Combien d'insectes ont été observés au total ?	
✓ Il y a 18 insectes observés.	

- Le nombre de fourmis sans contexte :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	3 points sur 3
Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.	
Quel renseignement donne la cinquième ligne ?	
Le renseignement est qu'il y a 5 fourmis <i>C'est le nombre de fourmis</i>	
Quel insecte a été le moins observé ?	
✓ L'insecte qui a été le moins observé est la mouche.	
Combien d'insectes ont été observés au total ?	
✓ 18 insectes ont été observés.	

- Une mauvaise lecture de la description :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	3 points sur 3
Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.	
Quel renseignement donne la cinquième ligne ?	
La cinquième donne comme renseignement qu'il y a 5 fourmis qui se sont promenés. <i>C'est le nombre de fourmis</i>	
Quel insecte a été le moins observé ?	
✓ L'insecte le moins observé est la mouche.	
Combien d'insectes ont été observés au total ?	
✓ Le total des insectes observés est 18.	

- Une interprétation précise de la ligne (on remarquera sur cette copie une confusion entre le nombre d'insectes observés et le nombre de types d'insectes) :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	2,5 points sur 3
-----------------------------	------------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?
~~Il indique que le promeneur a~~
 ou 5 jours. *Il indique que le promeneur a*
c'est le nombre de jours.

Quel insecte a été le moins observé ?
 ✓ La Mouche.

Combien d'insectes ont été observés au total ?
 il y en a 9. *Oni il y a 4 types d'insectes, mais la*
question porte sur le total.

$2 + 4 + 7 + 5 = 18$

TOURNE LA PAGE

Cette fois encore les distinctions faites ici sont difficiles à expliciter. Je laisse cette question de côté et reviendrai sur le cas des élèves ayant compris la nature de la réponse dans la partie sur les réponses nécessaires et suffisantes.

Le contenu d'une réponse nécessaire et suffisante

Une réponse nécessaire et suffisante aurait pour caractéristique de comporter toutes les informations nécessaires pour répondre à la question sans information superflue ou redondante. La question du renseignement donné par la cinquième ligne dans le tableau des insectes observés pendant la promenade constitue une bonne transition pour aborder le contenu d'une réponse à la fois nécessaire et suffisante. Les élèves ayant répondu par la nature du renseignement plutôt que son contenu l'ont fait avec différents degrés de précision. Certains se contentent de donner l'insecte concerné par le renseignement :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	2,5 points sur 3
-----------------------------	------------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?
 la cinquième ligne de renseignement sur les jours. *Quel renseignement?*

Quel insecte a été le moins observé ?
 ✓ L'insecte le moins observé est la mouche.

Combien d'insectes ont été observés au total ?
 ✓ Il y a 18 insectes observés au total.

Certains donnent cette même information en la complétant avec le contenu du renseignement :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	3	points sur 3
-----------------------------	---	--------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?
La 5e cinquième ligne nous donne des informations sur les fourmis il y a 5 fourmis en tout c'est le nombre de fourmis.

Quel insecte a été le moins observé ?
 ✓ *L'insecte le moins observé est la mouche (2).*

Combien d'insectes ont été observés au total ?
 ✓ *Il y a 18 insectes qui ont été observés.*

Les bonnes réponses donnent l'insecte concerné et le type de renseignement (on remarquera que cela n'empêche pas la confusion entre nombre d'insectes observés et nombre de types d'insectes observés) :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	2,5	points sur 3
-----------------------------	-----	--------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?
 TB *Le renseignement que donne la cinquième ligne est combien il en vu de fourmis pendant la promenade.*

Quel insecte a été le moins observé ?
 ✓ *L'insecte qui a été le moins observé est la mouche.*

Combien d'insectes ont été observés au total ?
Il y a 4 types d'insectes qui ont été observés au total 18 insectes au total.

Cette fois encore, la distinction entre renseignement et contenu est subtile, mais il est possible de formuler une règle implicite similaire à celle évoquée pour l'exercice sur Hippocrate et Socrate et donc très spécifiques :

30. S'il fallait répondre 5 (le contenu du nombre de fourmis), la question aurait été : « Combien de fourmis ont été observées pendant la promenade ? ».

Lorsque la nature de la réponse n'est pas clairement déterminée, une approche envisageable consiste à donner toutes les informations disponibles en se disant que l'on n'a rien à perdre si

on en met trop. Sur la copie suivante, l'élève a saisi la différence entre le renseignement et son contenu mais il n'a pas pu déterminer lequel, il a donc donné les deux informations :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	3 points sur 3
-----------------------------	----------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?

✓ Dans combien de fourmi observé en promenade il
 ✓ y a 5 fourmi.

Quel insecte a été le moins observé ?

✓ L'insecte moins observé est la mouche il y a

Combien d'insectes ont été observés au total ?

✓ au total il y a 18 insecte.

La règle implicite associée, conduisant à mettre sur la copie tout ce que l'on sait, pourrait stipuler qu'il vaut mieux mettre des informations superflues sur une copie que d'oublier des informations nécessaires. Dans une certaine mesure, je dois avouer que j'applique cette règle à une subtilité près. Souvent, l'élève hésite entre deux choses mais a globalement compris l'exercice. Dans certains cas, comme le suivant, le surplus d'informations constitue très clairement un aveu d'incompréhension :

Ex 2 : Lecture d'un tableau	1,5 points sur 3
-----------------------------	------------------

Observe le tableau à deux colonnes de l'exercice 1 pour répondre aux questions suivantes. Il donne le nombre d'insectes vu pendant une promenade.

Quel renseignement donne la cinquième ligne ?

Pendant la promenade il donne envie 2 mouches, 4 cochenilles, 7 sauterelles, 5 fourmi. Tu ne réponds pas à la question.

Quel insecte a été le moins observé ?

.....

Combien d'insectes ont été observés au total ?

il y a 20 insectes ont été observés. $2 + 4 + 7 + 5 = 18$

Les règles implicites régissant cette situation pourrait se formuler de cette façon :

31. On ne retire pas de points si des informations superflues sont présentes dans la copie.

32. On ne met pas non plus de points pour des informations qui ne répondent pas à la question, même si elles sont correctes.

Cet exercice m’ayant servi de leçon, je n’ai pas présumé de la capacité de mon autre classe à déterminer la nature d’un renseignement. Dans un exercice similaire, un peu plus complexe pour ma classe de cinquièmes, les élèves devaient indiquer ce que représentaient des nombres dans un tableau à double entrée. Pour leur faire comprendre la nature des réponses que j’attendais, j’ai fait le premier avec eux pendant l’évaluation en expliquant et en dictant la réponse. Malgré cela, certains élèves n’ont pas écrit la réponse entièrement comme on peut le voir ci-dessous :

Ex 2 : calcul des effectifs 3 points sur 4

Le tableau ci-contre indique le nombre de billets vendus pendant deux jours pour les quatre plus grandes attractions d’un parc. Certaines informations ont été effacées.

	Samedi	Dimanche	Total
Bateau pirate	299	351	650
Chenille	126	234	360
Train	232	284	516
Grand Splash	246	378	624
Total	903	1247	2 150

Que représentent les effectifs suivants dans le tableau ?

- 299 : C'est le nombre de billets vendus samedi pour le bateau pirate.
- 650 : Le total de samedi et dimanche est 650 pour le bateau pirate.
- 903 : 903 et le total de billets vendus samedi.
- 2 150 : 2 150 et le total de chaque totaux de billets vendus pendant le week-end.

Complète le tableau.

Pour ces élèves, il semble possible de tronquer une réponse donnée par le professeur. Ainsi, ils n’appliqueraient pas la règle implicite suivante :

33. Les réponses attendues et celles données par le professeur sont nécessaires et suffisantes.

Cependant, ne pas écrire toute la réponse ne les empêche pas nécessairement de réussir le reste de l’exercice à partir du moment où l’élève est suffisamment précis :

Ex 2 : calcul des effectifs 3,5 points sur 4

Le tableau ci-contre indique le nombre de billets vendus pendant deux jours pour les quatre plus grandes attractions d'un parc. Certaines informations ont été effacées.

	Samedi	Dimanche	Total
Bateau pirate	299	351	650
Chenille	126	234	360
Train	232	284	516
Grand Splash	246	378	624
Total	903	1247	2150

Que représentent les effectifs suivants dans le tableau ?

- 299 : Sa représente le nombre de billets qui la achetés le samedi pour le bateau pirate
- 650 : Il y a acheté 650 au total de billets pour le samedi et le dimanche pour l'attraction d'un parc pour le bateau pirate
- ✓ • 903 : 903 est le total de billets achetés le samedi
- ✓ • 2150 : 2150 est le total de billets achetés le Samedi et le dimanche sur tout les attractions d'un parc

Complète le tableau.

Le deuxième point est d'ailleurs similaire à ce que nous avons vu avec les fourmis observées en promenade. Une information nécessaire sur l'attraction dont il est question a été omise. Dans une autre copie, l'élève a réalisé des omissions qui vont un peu plus loin :

Ex 2 : calcul des effectifs 1 points sur 4

Le tableau ci-contre indique le nombre de billets vendus pendant deux jours pour les quatre plus grandes attractions d'un parc. Certaines informations ont été effacées.

	Samedi	Dimanche	Total
Bateau pirate	299	351	650
Chenille	126	234	360
Train	232	284	516
Grand Splash	246	378	624
Total	903	1247	2150

Que représentent les effectifs suivants dans le tableau ?

- ✓ • 299 : C'est le nombre de billets pour le bateau de pirate pour le samedi
- 650 : C'est le nombre de billets pour le bateau de pirate samedi dimanche
- 903 : C'est le total de billets vendus le samedi
- 2150 : C'est le total de billets vendus pendant le week-end.

Complète le tableau.

Le premier point a été copié correctement, mais le second comportait la même réponse. De même, les nombres 903 et 2 150 correspondent tous les deux au total. Au-delà de la lecture même du tableau, cela signifie que cet élève n'est pas interpellé si, dans un tableau, deux nombres différents correspondent à la même information. Cela nous amène à deux règles implicites des tableaux de données que cet élève n'a pas intégrées :

34. Dans un tableau de données, il n'y a pas d'informations contradictoires.

35. Dans un tableau de données, il n'y a généralement pas d'informations redondantes.

Le dernier cas d'information nécessaire manquante est un peu inattendu au collège : il s'agit d'utiliser une notation sans l'introduire. Ce cas est arrivé avec l'exercice sur les chiffres composant le nombre π . L'élève s'est arrêté au décompte des chiffres pairs, impairs, inférieurs à 5 et supérieurs à 4 sans calculer les fréquences et sans formuler de réponse, mais ce n'est pas ce qui nous intéresse ici :

Ex 45 p. 110 :

	Chiffre	Nbr	
	0	8	$I = 8 + 12 + 8 + 8 + 13 = 49$
< 5 $= 50$	1	8	
	2	12	
	3	12	
	4	10	
	5	8	$P = 12 + 10 + 9 + 12 + 8 = 51$
	6	9	
> 4 $= 50$	7	8	
	8	12	
	9	13	

L'élève a vraisemblablement introduit une notation avec I correspondant au nombre de chiffres impairs et P correspondant au nombre de chiffres pairs. On peut noter que le nombre de zéro intervient en dernier dans l'addition, ce qui confirmerait son statut particulier au sein des chiffres. Cet élève sait utiliser une notation mais n'a pas intégré la nécessité d'introduire

cette notation. Cette règle sera explicitée plus tard dans sa scolarité mais pour l'instant, elle pourrait se formuler ainsi :

36. Avant d'utiliser une notation qui n'est pas dans l'exercice, il faut la présenter.

Cette question de la présentation des notations en appelle d'autres dans les classes supérieures. On pourrait se demander quelles règles définissent ce que l'on doit présenter dans une copie et ce que l'on est en droit d'utiliser directement. Mais cette question sort du cadre de cette recherche.

Si nous pouvons avoir des informations manquantes dans une copie, nous pouvons également avoir des informations superflues. Cela m'est arrivé principalement avec les programmes de construction. Tout d'abord, par rapport à la notation entre parenthèses et crochets pour les droites, demi-droites et segments. Dans le cours, j'utilisais la formulation suivante « la droite (AB) » qui présente une redondance car (AB) est, par définition de la notation, une droite. Cette redondance avait un but pédagogique pour associer les parenthèses à la droite. Les élèves ont repris cette formulation redondante dans les copies :

Ex 1 : programme de construction	2 points sur 4
Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.	
<p>Tracer la droite (BD) ^{puis} tracer la droite (EC) ^{puis} comme le centre F ^{enfin} tracer la droite (AF) ^{demi-} ^{segment}</p>	

Certains élèves ont appliqué la règle suivante pour leur programme :

37. S'il y a des parenthèses autour des deux lettres, alors c'est une droite, il n'est pas nécessaire de l'écrire.

Si cela n'affecte pas la compréhension, on obtient des programmes concis et précis à la fois :

Ex 1 : programme de construction 4 points sur 4

Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.

Tracer la droite (EC), tracer la droite (DB), marquer l'intersection de (EC) et (DB) F, tracer [AF].

On remarque même que le terme « relier » a été remplacé par le terme « tracer » plus précis. En parlant de concision, un programme de construction très détaillé m'a laissé perplexe. L'élève avait détaillé chaque étape de la construction d'un carré en allant jusqu'à indiquer où positionner la pointe du compas pour tracer un arc de cercle. Je savais que ce programme était trop détaillé, tout comme je savais que d'autres programmes ne l'étaient pas assez. Mais je me suis demandé sur quoi je me basais pour prendre cette décision. J'ai pu expliciter les règles suivantes, qui sont relatives au niveau des élèves et de l'exercice :

38. Un programme est complet s'il mentionne toutes les étapes de la construction avec tous leurs paramètres.
39. Une étape n'a pas besoin d'être détaillée à partir du moment où je suppose que l'élève est capable de la réaliser.

Par paramètres, j'entends le fait de préciser le centre et le rayon du cercle que l'on trace. Par le détail d'une étape, j'entends les actions physiques à accomplir pour la réaliser. Si un élève mentionne l'étape « placer le milieu de [AB] ». Je vais supposer qu'il sait le faire sauf si l'exercice concerne la manière de placer le milieu d'un segment.

La recherche du contenu de la réponse

Une fois que la nature de la réponse a été identifiée, l'élève doit déterminer le contenu de cette réponse. Cette recherche est en grande partie guidée par le contenu explicite du cours. Il arrive cependant que les élèves ajoutent des règles qui créent des obstacles supplémentaires. C'est ce cas qui se rapproche le plus des règles que les joueurs s'imposent eux-mêmes et qui les handicapent (Sirlin, 2006).

Les règles ajoutées

Dans l'exercice avec les fléchettes, il fallait déterminer quelles zones de la cible avaient été atteintes pour que le joueur obtienne trois points en fonction du nombre de fléchettes utilisées. Alors que la question « Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ? » indique clairement que plusieurs zones différentes peuvent être atteintes, certaines élèves ont répondu aux questions comme si, à chaque fois, une seule zone avait été atteinte.

Ex 4 : additionner des fractions	2 points sur 3
----------------------------------	----------------

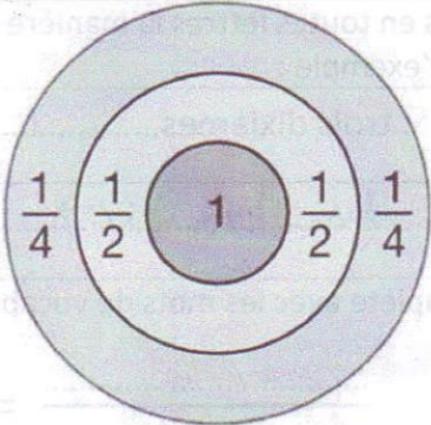
Voici la cible d'un jeu de fléchettes. Les fractions indiquent le nombre de points qu'un joueur gagne en touchant une zone avec une fléchette. Tous les joueurs ont obtenu trois points mais ils n'ont pas touché les mêmes zones.

Le premier joueur a lancé 3 fléchettes.
Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?
3 fois la 1 ✓

Le second joueur en a lancé 4.
Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?
2 fois la 1 et 2 fois $\frac{1}{2}$

Le troisième en a lancé 12.
Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ?
~~12 fois $\frac{1}{4}$~~ 3 fois $\frac{1}{4}$ ✓

écrit en toutes lettres!



La seule hypothèse que je peux formuler pour expliquer l'ajout de cette règle implicite est l'influence de la première question. Mais je ne vois pas comment formuler la règle implicite qui permet d'éviter cette situation autrement que de la façon suivante :

40. Il faut vérifier la manière dont on répond à chaque question. On ne peut pas reprendre systématiquement un type de réponse d'une question à l'autre.

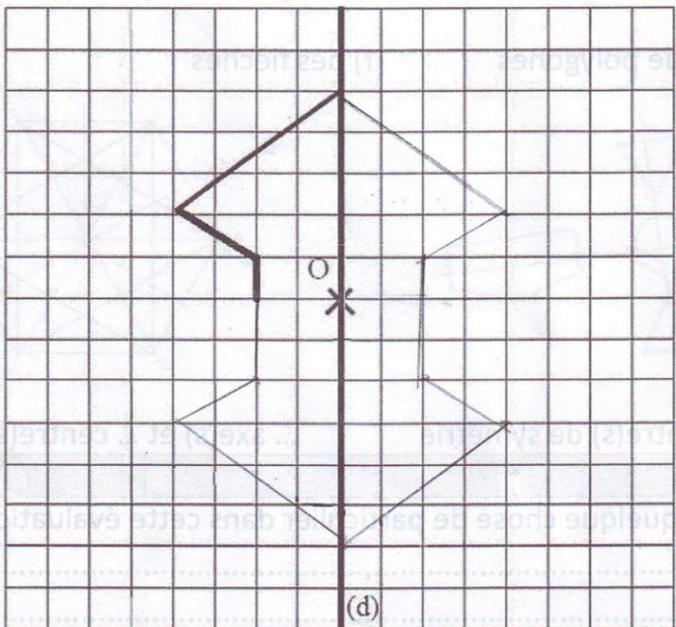
On peut également noter que la majorité des élèves ont précisé le nombre de fléchettes dans chaque zone, alors que la question portait uniquement sur les zones atteintes. Cela renvoie à la détermination de la réponse nécessaire et suffisante.

Une autre règle implicite appliquée par certains élèves intervient dans les exercices de symétries axiale et centrale utilisant des carreaux. Cette règle stipule que l'élève peut compter les carreaux à partir du bord ce qui implique l'axe de symétrie et/ou le centre de symétrie se situent au milieu du quadrillage. Cela conduit à ce type de figures :

Ex 2 : Tracer sur quadrillage	<i>2</i> points sur 3
--------------------------------------	-----------------------

Complète la figure ci-dessous pour qu'elle soit à la fois :

- symétrique par rapport à la droite (d). Cela signifie que si on plie la figure le long de la droite (d) alors les deux parties se superposent.
- symétrique et par rapport au point O. Cela signifie que si l'on fait faire un demi-tour à la figure autour du point O alors la figure reste la même.



O n'est pas au centre du quadrillage.

↑ 1 case ↓ 2 cases } décalage

La symétrie par rapport à O ne fonctionne pas.

Dans ce cas, la règle implicite que les élèves n'ont pas suivie serait :

41. Dans un exercice sur la symétrie avec un quadrillage, l'axe et/ou le centre de symétrie ne sont pas nécessairement au milieu du quadrillage. On ne peut donc pas compter les carreaux à partir des bords.

Dans les deux cas précédents, l'erreur vient de l'application d'une stratégie qui fonctionne dans des cas particuliers à un cas où elle n'est pas valable. En probabilités, des élèves sont allés plus loin en inventant un concept mathématique : le « cas de probabilité ». Ce dernier correspond au fait d'être en présence d'une expérience aléatoire.

Ex 4 : expérience aléatoire	3 points sur 3
-----------------------------	----------------

Dans chaque cas, déterminer s'il s'agit ou non d'une expérience aléatoire en justifiant :

1^{er} cas : « On appuie sur la touche 5 du clavier d'un téléphone et on regarde le nombre affiché à l'écran. »

Ce n'est pas un cas de probabilité car on connaît le résultat qui sera affiché sur l'écran. ✓
expérience aléatoire

2^e cas : « On interroge une femme dans la rue et on lui demande si elle a des enfants. »

Ce n'est pas un cas de probabilité car on ne sait pas si elle a des enfants et son nombre d'enfants qu'elle a. ✓
expérience aléatoire

3^e cas : « On refroidit de l'eau à -30°C et on regarde si elle gèle. »

Ce n'est pas un cas de probabilité car l'eau à -30°C gèle ~~est~~ logiquement. ✓

Ces élèves ont compris le concept d'expérience aléatoire mais utilisent pour les désigner une expression qui n'appartient pas au cours. Il est cependant compréhensible dans le cadre de l'exercice. Je suppose que l'expression dérive de la « situation de probabilité ». Le terme « situation » est devenu « cas » et par analogie l'expérience aléatoire est devenue un « cas de probabilité ». Pour éviter de genre de glissement, il faudrait appliquer une règle implicite de ce type :

42. Il faut utiliser le vocabulaire donné en cours et ne pas inventer de nouvelles expressions.

Au-delà des règles ajoutées par certains élèves, ils existent un certain nombre de règles implicites qui peuvent aider les élèves dans la recherche du contenu de la réponse. On pourrait appeler ces règles implicites des astuces lorsqu'elles sont explicitées, la différence se situe principalement dans la formulation. Je les vois comme une certaine façon de raisonner pour trouver une réponse.

Les astuces

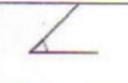
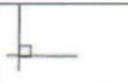
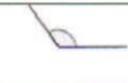
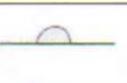
La première de ces règles apparues dans les copies est liée au vocabulaire des angles. L'exercice demandait de compléter un tableau avec les mesures et les types des différents angles (nul, aigu, droit, obtus et plat). L'astuce concerne surtout les mesures. Je n'ai rien à

dire sur les copies comportant les réponses correctes. Au contraire, les copies avec des erreurs ont fait émerger une règle implicite sur le découpage des types d'angle. Cette règle est une conséquence directe du découpage, mais certains élèves l'ont saisi et d'autres non.

Même lorsqu'il y avait des erreurs, les élèves donnent généralement une mesure correcte de l'angle droit. Mais cela ne les empêche pas de se tromper pour les mesures des angles aigus et obtus.

Ex 2 : Question de cours 0,75 points sur 3

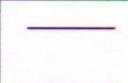
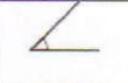
Complète le tableau suivant :

Figure					
Type	Angle nul	Angle aigu ✓	Angle droit	Angle obtus ✓	Angle complet ✗
Mesure	Egale à 0°	Comprise entre 0° et 180° ✗	Egale à 90° ✓	Comprise entre 120° et 60° ✗	Egale à 180°

Avec le découpage proposé par cet élève, l'angle droit n'est pas le seul angle à être à la fois aigu et obtus. De plus, certains angles dont la mesure est comprise entre 0 et 180 degrés ne sont ni aigus ni obtus. On retrouve la même erreur dans la copie suivante, avec en plus une erreur sur la mesure de l'angle droit.

Ex 2 : Question de cours 0,75 points sur 3

Complète le tableau suivant :

Figure					
Type	Angle nul	Angle aigu ✓	Angle droit	Angle obtus ✓	Angle plat ✓
Mesure	Egale à 0°	Comprise entre 0° et 20° ✗	Egale à 80°	Comprise entre 80° et 130°	Egale à 180°

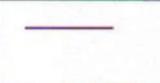
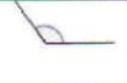
Ces deux dernières copies n'appliquent pas l'exhaustivité de la typologie (entre 0 et 180 degrés) à la recherche de la réponse. Elles ne permettent pas d'affirmer que des élèves ont compris cette règle. Il en va de même pour les copies correctes, elles peuvent simplement résulter d'un apprentissage rigoureux de la typologie. Cependant, une copie comporte une

erreur sur la mesure de l'angle droit tout en respectant l'exhaustivité de la typologie des angles.

Ex 2 : Question de cours

15 points sur 3

Complète le tableau suivant :

Figure					
Type	Angle nul	Angle aigu ✓	Angle droit	Angle obtus ✓	Angle plat ✓
Mesure	Egale à 0°	Comprise entre 0° et 90° ✗	Egale à 90° ✗	Comprise entre 90° et 180° ✗	Egale à 180°

Malgré son erreur sur la mesure, cet élève a compris que tous les cas compris entre 0 et 180 devaient être couverts. De manière générale, on pourrait formuler la règle implicite sur les typologies en mathématiques de la manière suivante :

43. En mathématiques, une typologie sur un ensemble couvre tous les cas possibles dans cet ensemble.
44. Dans le cas des angles, cela signifie que tous les angles de mesure comprise entre 0 et 180 ont un type.
45. En particulier, l'angle droit, de mesure 90 degrés, est une des frontière de cette typologie.

De façon similaire, on pourrait mettre en avant un certain nombre d'astuces permettant de choisir l'approche de la géométrie adaptée selon le cas. L'exercice vu en introduction, où l'approche de la géométrie à utiliser changeait d'une question à l'autre, nous impose une première règle implicite :

46. Dans un même exercice, l'approche de la géométrie à utiliser peut varier d'une question à l'autre.

A partir du cycle 3, les élèves doivent apprendre à ne plus se fier entièrement à l'approche perceptive (Eduscol, 2016). Cela ne signifie pas qu'ils ne doivent plus reconnaître des figures à l'œil nu mais que cette perception doit être vérifiée avec des instruments, des données ou de propriétés. Les élèves ont des moyens de trouver une réponse appris antérieurement, mais ces moyens ne sont plus ceux qu'ils doivent utiliser. Par exemple, dans un exercice sur l'inégalité

triangulaire, je m'attendais à ce que les élèves essaient de tracer le triangle avant de réaliser que ce n'est pas possible. Ils devaient ensuite l'expliquer avec une propriété. Les élèves ont tous essayé de construire le triangle. Certains y sont parvenus en modifiant les longueurs :

Ex 2 : trois longueurs	0,5 points sur 2
------------------------	------------------

On veut tracer un triangle ABC tel que : $AB = 5\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$ et $BC = 10\text{ cm}$.
Si cela est possible, le tracer (*en laissant les traits de construction*), sinon, expliquer pourquoi cela n'est pas possible (*en utilisant une propriété du cours*).

D'autres élèves ont effacé les traits de la tentative de construction pour ne laisser que la justification de son impossibilité :

Ex 2 : trois longueurs	2 points sur 2
------------------------	----------------

On veut tracer un triangle ABC tel que : $AB = 5\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$ et $BC = 10\text{ cm}$.
Si cela est possible, le tracer (*en laissant les traits de construction*), sinon, expliquer pourquoi cela n'est pas possible (*en utilisant une propriété du cours*).

Cela n'est pas possible parce que $BC > AB + AC$ et dans le cours on dit que un triangle est possible si la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres longueurs.

TB

La plupart a gardé la construction et la justification qui pouvait être instrumentée ou déductive :

Ex 2 : trois longueurs	1,5 points sur 2
------------------------	------------------

On veut tracer un triangle ABC tel que : $AB = 5\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$ et $BC = 10\text{ cm}$.
Si cela est possible, le tracer (en laissant les traits de construction), sinon, expliquer pourquoi cela n'est pas possible (en utilisant une propriété du cours).

Non on ne peut pas tracer car les traits de construction ne se touchent. *C'est vrai mais il fallait utiliser le cours.*

Ex 3 : deux longueurs et un angle	2 points sur 3
-----------------------------------	----------------

Ex 2 : trois longueurs	2 points sur 2
------------------------	----------------

On veut tracer un triangle ABC tel que : $AB = 5\text{ cm}$; $AC = 4\text{ cm}$ et $BC = 10\text{ cm}$.
Si cela est possible, le tracer (en laissant les traits de construction), sinon, expliquer pourquoi cela n'est pas possible (en utilisant une propriété du cours).

Il est impossible de le tracer, car la plus grande longueur est supérieure aux deux autres longueurs.

Ainsi, nous pourrions ajouter ces règles implicites en précisant qu'on ne vérifie pas une mesure si la question porte effectivement sur une mesure :

47. Je dois vérifier ce que je perçois à l'œil avec des instruments.
48. Je dois confirmer ce que je mesure avec des instruments par des données ou des propriétés, sauf si on me demande uniquement de mesurer.

Le cas des figures à main levée impose une hiérarchie dans les moyens de vérification :

49. En cas de contradiction avec la perception ou les mesures, c'est toujours la déduction qui l'emporte.

50. En cas de contradiction entre la perception et la mesure, c'est la mesure qui l'emporte.

Cela fonctionnerait bien dans un monde idéal, cependant nous ne sommes pas infallibles. Il est possible de commettre des erreurs en mesurant ou en déduisant. Il faut donc ajouter une autre règle qui complique un peu les choses pour prendre en compte les erreurs possibles.

51. Les deux règles précédentes s'appliquent uniquement si les mesures et les déductions ont été faites correctement.

Je n'ai pas pu aller au-delà en restant général. Savoir s'il faut utiliser la mesure ou la déduction relève régulièrement du cas par cas. Les règles implicites suivantes seraient valables sauf exception que je n'aurais pas prévue.

52. Si l'énoncé demande de mesurer, de tracer, de construire, de construire en vraie grandeur, on doit utiliser les instruments.

53. Si l'énoncé demande une preuve, on doit utiliser les données et les propriétés du cours.

54. Si les traits d'une figure ne sont pas droits, la figure est tracée à main levée et doit être abordée de manière déductive.

55. S'il y a des mesures sur une figure, l'approche déductive semble être la plus indiquée, surtout si la figure n'est pas en vraie grandeur.

56. La règle précédente n'est pas valable si l'exercice utilise la notion d'échelle, dans ce cas, il peut être indiqué de mesurer la distance sur le plan pour calculer la distance réelle.

Les deux dernières règles ont émergé de deux exercices. Dans le premier, il fallait calculer la distance entre des points à partir d'une figure qui n'était pas en vraie grandeur. A une exception près, la classe a effectué des additions plutôt que des mesures à la règle.

Ex 2 : distance d'un point à une droite

1 points sur 2

Voici deux segments $[AB]$ et $[CD]$ perpendiculaires en E .
Déterminer la distance :

a) Du point C au point E
La distance est de ~~2~~ $1,3$ cm

b) Du point A au point B
La distance est de ~~6,4~~ 3 cm

c) Du point D à la droite (AB)
La distance est de ~~4~~ 2 cm

d) Du point A à la droite (CD)
La distance est de ~~3,5~~ $1,7$ cm

Tu as mesuré à la règle au lieu d'utiliser les mesures sur la figure.

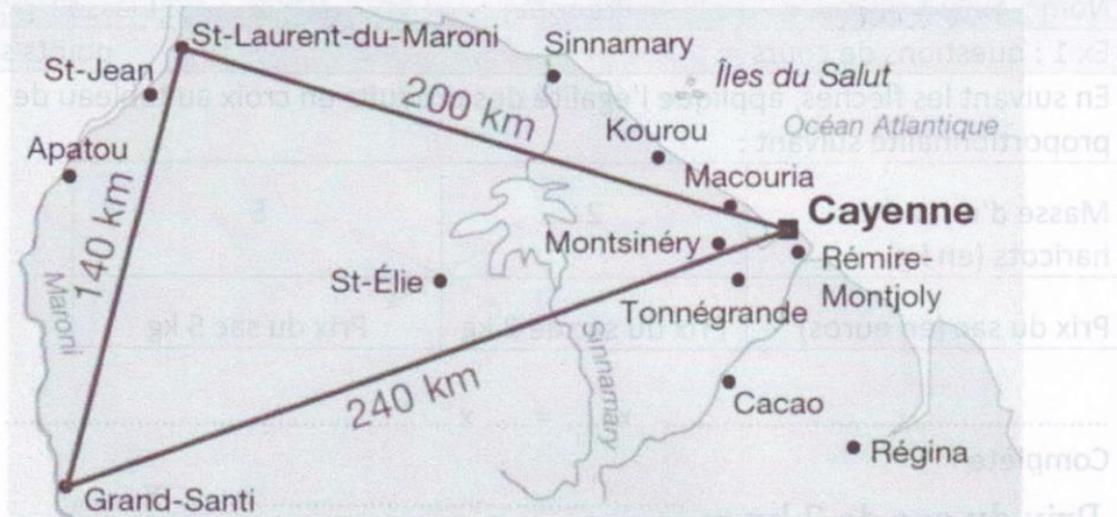
Le second exercice porte sur les échelles qui appartiennent au grand thème de la proportionnalité. Cependant, on peut difficilement nier leur connexion avec la géométrie. Les échelles sont un cas où la figure n'est visiblement pas en vraie grandeur et où les distances réelles sont notées sur la figure. Pourtant, il faut tout de même utiliser les instruments pour mesurer les distances sur le plan afin de les calculer. Tout cela implique de bien faire la distinction entre les distances réelles et les distances sur le plan et de savoir lire une carte, ce qui n'est pas toujours le cas :

Ex 3 : Echelles

1,5

points sur 3

Voici une carte d'une partie de la Guyane



Donne la distance sur la carte entre St-Laurent-du-Maroni et Cayenne (la distance est en cm, ne tiens pas compte des millimètres) : 200.000000cm

Quelle est la distance réelle entre St-Laurent-du-Maroni et Cayenne ? 200. km. ✓

Convertis cette distance en cm : 20.000 cm ✓

Calcule l'échelle de la carte :

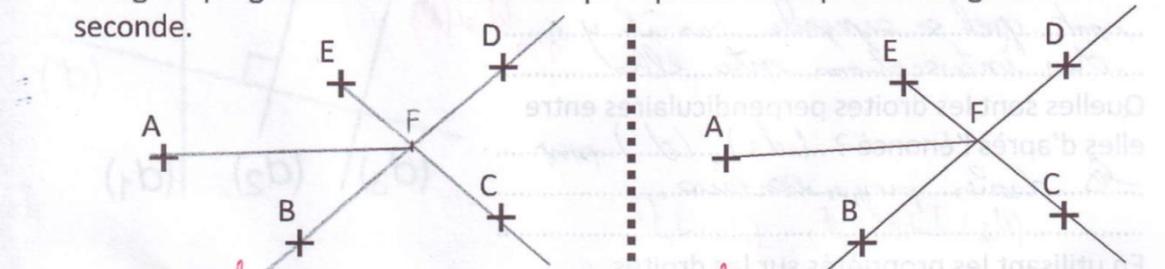
Même en demeurant à un niveau superficiel, la question de l'approche géométrique est complexe. Je ne vais pas pousser plus loin la réflexion ici.

L'expression du contenu de la réponse

Une fois que l'élève a déterminé le contenu de sa réponse, il doit trouver comment l'exprimer sur sa copie. Cette expression peut présenter des approximations. Dans certains cas, l'élève s'est simplement mal exprimé, et on comprend ce qu'il veut dire. Dans l'exercice suivant, le fait d'utiliser l'article « une » pour les droites et les demi-droites sous-entend qu'il y en a plus d'une alors que deux points définissent une seule et unique droite. Mais les instructions du programme permettent la construction de la figure.

Ex 1 : programme de construction	3,5 points sur 4
----------------------------------	---

Rédige le programme de construction pour passer de la première figure à la seconde.



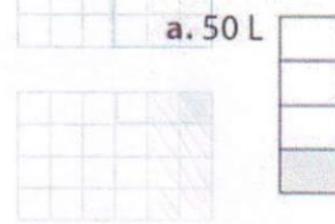
- ① Tracer la droite (DB)
- ② Tracer la demi-droite [FC)
- ③ Tracer un point à l'intersection de la demi-droite et la droite en l'appelant F
- ④ Tracer le segment [AF] (à peu près)

Dans d'autres cas cependant, il est difficile de comprendre ce que l'élève voulait dire.

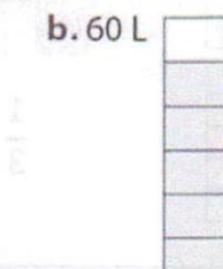
Exercice bonus	0,5 points
----------------	---

Voici les jauges de trois récipients qui contiennent de l'eau.
La contenance totale de chaque récipient est indiquée.

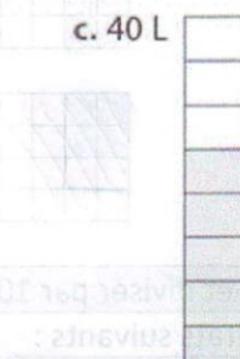
a. 50 L



b. 60 L



c. 40 L



Quel réservoir contient le plus d'eau ? Justifie.

C'est le b qui contient le plus d'eau car il y a beaucoup plus de litres dans le a il y en a 50, le b 60 L et le c 40 L. C'est pour ça que je choisie le c.

???

Sans remonter jusqu'aux règles de français, la règle implicite suivante pourrait aider les élèves dans ce cas :

57. Il faut relire ses réponses, surtout lorsqu'on revient dessus pour les compléter.

En plus de potentiellement éviter les phrases difficiles à comprendre, cette règle permettrait également d'éviter les oublis de mots, comme dans la copie suivante où l'élève a oublié de mentionner la « distance » entre les points :

Ex 2 : distance d'un point à une droite 2 points sur 2

Voici deux segments [AB] et [CD] perpendiculaires en E.

Déterminer la distance :

a) Du point C au point E
La distance de
 Du point C au point E mesure 1 cm.

b) Du point A au point B
La distance de
 Du point A au point B mesure 3 cm.

c) Du point D à la droite (AB)
La distance de
 Du point D à la droite (AB) mesure 2 cm.

d) Du point A à la droite (CD)
La distance de
 Du point A à la droite (CD) mesure 1,7 cm.

Une règle implicite que nous avons déjà vue sur le fait qu'il faille prendre des précautions lorsque l'on remplace une expression par une autre serait également applicable au stade de l'expression de la réponse. Dans la copie suivante, l'élève a utilisé le mot « attraction » au lieu de « billets vendus pour les attractions » :

Ex 2 : calcul des effectifs 4 points sur 4

Le tableau ci-contre indique le nombre de billets vendus pendant deux jours pour les quatre plus grandes attractions d'un parc. Certaines informations ont été effacées.

	Samedi	Dimanche	Total
Bateau pirate	299	351	650
Chenille	126	234	360
Train	232	284	516
Grand Splash	246	378	624
Total	903	1247	2 150

Que représentent les effectifs suivants dans le tableau ?

- 299 : C'est le nombre de billets vendus pour le bateau le samedi.
- 650 : C'est le total de billets vendus samedi et dimanche.
- 903 : C'est le total d'attraction le samedi vendues.
- 2 150 : C'est le total d'attraction le dimanche et le samedi vendues.

Complète le tableau.

A côté des approximations de syntaxe, on trouve des cas de mélanges entre le langage mathématique et le français. Il peut s'agir d'utiliser « et » pour « + » dans une inégalité :

Ex 2 : trois longueurs	7 points sur 2
On veut tracer un triangle ABC tel que : $AB = 5\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$ et $BC = 10\text{cm}$. Si cela est possible, le tracer (<i>en laissant les traits de construction</i>), sinon, expliquer pourquoi cela n'est pas possible (<i>en utilisant une propriété du cours</i>).	
<p style="color: blue; font-family: cursive;"> 1. Ce triangle n'est pas possible cette construction est impossible </p>	<p style="color: blue; font-family: cursive;"> Cette construction du triangle n'est pas possible car $AB + AC < BC$ </p>

Certains élèves utilisent le symbole de la multiplication à la place du mot « fois », parfois en mélangeant les deux écritures dans le même exercice :

Ex 4 : additionner des fractions	2 points sur 3
Voici la cible d'un jeu de fléchettes. Les fractions indiquent le nombre de points qu'un joueur gagne en touchant une zone avec une fléchette. Tous les joueurs ont obtenu trois points mais ils n'ont pas touché les mêmes zones.	
Le premier joueur a lancé 3 fléchettes. Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ? <p style="color: blue; font-family: cursive;"> 3 fois la 1 ✓ </p>	
Le second joueur en a lancé 4. Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ? <p style="color: blue; font-family: cursive;"> 2 fois la 1 et 2 fois 1/2 </p>	
Le troisième en a lancé 12. Quelle(s) zone(s) a-t-il touchées ? <p style="color: blue; font-family: cursive;"> 12 fois la 1/4 3 fois la 1/2 ✓ </p> <p style="color: red; font-family: cursive;"> écrit en toutes lettres! </p>	

Ces erreurs pourraient être évitées avec les règles implicites suivantes :

- 58. On ne mélange pas symboles mathématiques et français sur la même ligne.

59. Quand on utilise une certaine écriture dans un exercice, on la conserve pour tout l'exercice.

Si on pouvait attendre ces erreurs, j'ai été surpris par la récurrence des problèmes liés aux séparateurs. Plusieurs élèves se sentent dans l'obligation de mettre des séparateurs dans une liste. De plus, ils utilisent généralement des séparateurs ambigus en mathématiques. Par exemple, un élève a utilisé des tirets, qui ressemblent au symbole de la soustraction, pour séparer des fractions à classer alors qu'il utilisait déjà les symboles « inférieur à » :

Ex 4 : Comparaison de fractions 1,5 points sur 3

Classe les fractions suivantes par ordre croissant :

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{13}{6}$

~~$\frac{13}{6}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$~~

$\frac{1}{3} < \frac{3}{2} < \frac{1}{2} < \frac{4}{3} < \frac{7}{3} < \frac{13}{6}$

En as rélargi les règles.

Le tiret est également utilisé pour séparer deux réponses, au lieu d'utiliser la conjonction « et » :

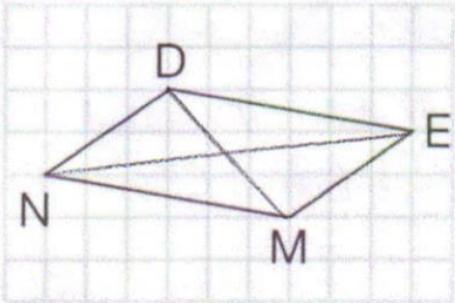
Ex 2 : vocabulaire des quadrilatères 1,5 points sur 2

Donne deux noms possibles pour le quadrilatère ci-contre : DEMN ~~NMED~~

Nomme deux côtés opposés de ce quadrilatère : (DE) (NM) ✓ *mets une virgule*

Nomme deux côtés consécutifs de ce quadrilatère : (DN) (NE) *diagonales!*

Trace ses diagonales.



La barre oblique, rappelant une forme possible pour les fractions, est également utilisée comme séparateur entre des réponses :

Ex 2 : vocabulaire des quadrilatères

2 points sur 2

Donne deux noms possibles pour le quadrilatère

ci-contre : ~~DEMN~~ ~~NMED~~ *mets une virgule*

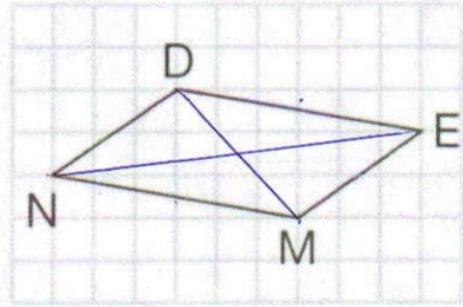
Nomme deux côtés opposés de ce quadrilatère :

[DE] [NM] ✓

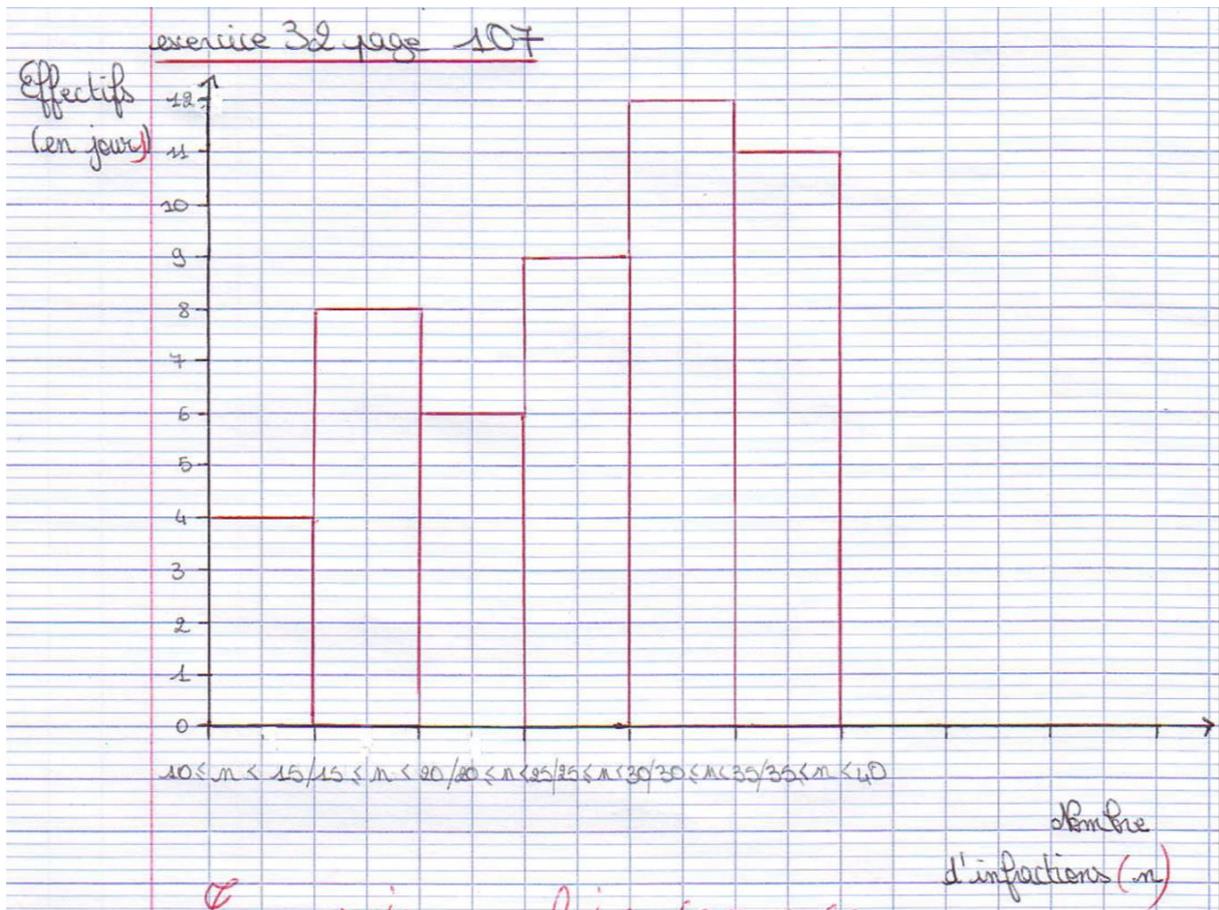
Nomme deux côtés consécutifs de ce

quadrilatère : [DN] [NM] ✓

Trace ses diagonales. ✓

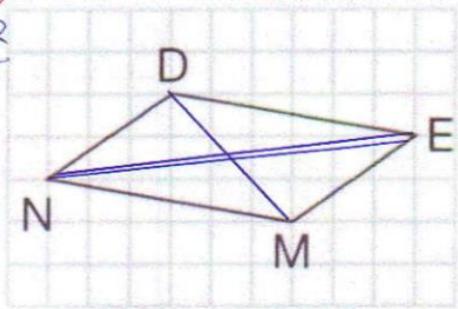


La barre oblique peut également séparer des classes sur un diagramme :



Un élève a même ajouté des points entre les lettres formant le nom d'un quadrilatère :

<p>Ex 2 : vocabulaire des quadrilatères</p> <p>Donne deux noms possibles pour le quadrilatère ci-contre : <u>D, E, N, M</u> / <u>D, N, M, E</u></p> <p>Nomme deux côtés opposés de ce quadrilatère : <u>D, N</u> et <u>M, E</u></p> <p>Nomme deux côtés consécutifs de ce quadrilatère : <u>D, N</u>, <u>E, M</u>, <u>N, M</u></p> <p>Trace ses diagonales.</p>	<p style="color: red; font-size: 1.2em;">7,5</p> <p>points sur 2</p>
--	--



Les séparateurs interviennent également pour marquer le début d'une nouvelle ligne. Dans l'exemple suivant, où l'élève classe les chiffres du nombre π , un tiret marque le début d'une nouvelle ligne alors que la liste se poursuit.

Exercice 45 page 110:

Inférieurs:	Paires:	Inférieurs:	Supérieurs:
- 4, 2, 6, 8, 2, 8,	- 3, 4, 1, 5, 9	- 4, 2, 2, 4, 2, 4	- 6, 8, 8, 6, 6,
- 4, 6, 2, 6, 4, 8,	- 5, 3, 5, 9, 7, 9	- 4, 2, 0, 2, 4,	- 8, 8, 8, 6, 8, 8,
- 2, 0, 2, 8, 8, 4, 6,	- 3, 3, 3, 3, 3, 9,	- 0, 2, 0, 4, 0,	- 6, 6, 4, 8, 6, 8,
- 0, 8, 2, 0, 8, 6	5, 1, 9, 2, 1, 9,	- 2, 0, 2, 0, 4, 2,	- 8, 8, 6, 8, 8, 6.
- 6, 4, 0, 6, 2, 8, 6	7, 1, 9, 3, 9, 9,	- 4, 2, 0, 3, 1, 1,	
- 6, 8, 8, 6, 2, 0, 8,	, 3, 7, 5, 5, 9, 7, 9,	- 5, 3, 3, 3, 3, 3,	
- 4, 8, 2, 4, 2, 0, 6	5, 9, 3, 7, 1, 9,	- 1, 2, 1, 1, 3, 3,	
-	9, 3, 5, 3	1, 3, 3.	

Le tiret peut être confondu avec le signe de la soustraction ou le « moins » des nombres négatifs. Commencer une ligne de cette façon peut poser des problèmes quand l'exercice consiste à classer par ordre décroissant des nombres relatifs (cf. Exercice sur les dates de la Rome antique (Transmath 5e p 63)). Pendant une correction au tableau, un élève a placé un tiret devant le premier nombre qui semblait alors négatif alors que celui de l'énoncé était positif.

Cependant, les élèves ne sont pas tous hermétiques aux ambiguïtés sur les séparateurs. On m'a demandé d'utiliser des points virgules pour séparer les issues possibles d'un lancer de dé

à six faces. Après réflexion, il semble que le point-virgule soit le séparateur le plus approprié car il ne conduit pas à une ambiguïté.

Pour éviter ces problèmes de séparateurs, les règles implicites pourraient être les suivantes :

60. On ne sépare pas les lettres dans le nom d'une figure (polygone, segment, droite...).
61. S'il faut utiliser un séparateur, il vaut mieux utiliser le point-virgule.
62. On ne commence pas une nouvelle ligne par un tiret (sauf si on dresse une liste d'éléments qui ne sont pas des nombres et qu'il y a un élément par ligne).

IV. Conclusion

Tout au long des résultats, une soixantaine de règles implicites ont été explicitées. Ces dernières ont été mises en avant parce qu'elles auraient permis à certains élèves, face à certaines tâches, de mieux réussir ou même simplement de comprendre ce qui était attendu d'eux. Mises bout à bout, ces règles remplissent environ quatre pages. Expliciter des règles implicites peut être utile mais il y a quelque chose de vertigineux dans cette quantité. Tout d'abord, je n'ai pas utilisé l'ensemble des données à ma disposition, par manque de temps pour étudier certains cas. Ensuite, lorsque j'ai commencé ma réflexion sur les règles implicites pour les types d'approche de la géométrie, je n'imaginais pas que cela me mènerait à un champ aussi vaste. Au-delà des mathématiques, ce travail est allé de la liste des règles du jeu de fléchettes à la page sur laquelle il faut commencer une copie double en passant par les raisons pour lesquelles on donne seulement deux dimensions pour les panneaux muraux. Il aurait même été possible de remonter jusqu'à la grammaire et l'orthographe française.

En plus de l'étendue couverte par ces règles implicites, certaines ne sont que la partie émergée de l'iceberg. Certaines règles sont très générales et applicables à toutes situations, comme la règle sur les copies doubles. Certaines règles comportent une exception ou sont spécifiques à un exercice, notamment celles qui indiquent quelle interprétation choisir entre deux possibilités. Par exemple pour l'exercice sur les insectes observés pendant une promenade :

28. S'il fallait répondre 5 (le contenu du nombre de fourmis), la question aurait été : « Combien de fourmis ont été observées pendant la promenade ? ».

Cette règle se base sur de nombreuses autres règles issues de l'habitude de lire et de faire des exercices en langue française. Gee (2003) décrit ce phénomène comme la reconnaissance d'un *pattern*. A force de voir des exemples d'un type d'architecture, une personne devient capable de déterminer si un nouveau bâtiment appartient ou non à ce type d'architecture sans avoir appris spécifiquement les règles régissant ce style d'architecture. Dans le cas de l'interprétation d'une question, je n'arrive pas à formuler une règle générale pour y parvenir à part se mettre à la place de la personne qui a fait l'exercice et se demander comment on l'aurait rédigé. Mais cela fait encore appel à de très nombreuses règles, souvent implicites sur la manière de créer un exercice. De même, sentir immédiatement si l'on peut dire ou non qu'une fréquence est paire ou impaire relève de ce qu'on pourrait appeler la culture mathématiques. Il en va de même pour le fait de savoir qu'une règle ne doit pas être appliquée

dans un cas particulier. Une telle culture s'acquiert par le temps et la pratique. Ainsi, la formulation de ces règles spécifiques résulte de la confrontation entre ma culture mathématique et une situation qui la met à l'épreuve. Ce processus m'a permis d'explicitier une règle locale mais pas les règles de cette culture mathématique.

Les règles spécifiques ne sont pas les seules à dissimuler d'autres règles. Pour les mettre en avant, je vais me baser sur la distinction faite Perruchet (1988, p. 124) entre les « règles de fonctionnement » et les « règles d'utilisation ». Les règles de fonctionnement décrivent une relation de cause à effet, de type « telle cause implique telle conséquence ». Les règles d'utilisation sont orientées vers un but, elles se formulent de la façon suivante « pour obtenir telle conséquence, il faut accomplir telle action ». Déterminer des règles d'utilisation revient à chercher quelles causes créer pour obtenir une conséquence souhaitée en se basant sur les règles de fonctionnement. Parmi les règles énoncées dans ce mémoire, plusieurs consistent en des recommandations commençant par « il faut... » ou « je dois... ». Il s'agit de règles d'utilisation pour lesquelles l'objectif est implicite, réussir l'exercice dans la plupart des cas que nous avons vus. Ainsi, chacune de ces règles d'utilisation implicites se basent sur une ou plusieurs règles de fonctionnement qui, elles, demeurent implicites.

Le dernier point illustrant l'ampleur du domaine réside dans le fait que je n'ai fait la liste que des règles implicites qui permettent de réussir les exercices présentées. Pour chaque règle correcte sur un sujet, on peut en trouver une multitude que ne le sont pas. L'approche critique proposée par Gee (2003) s'est révélée très efficace, voire même trop efficace, pour mettre au jour de nombreuses règles implicites. Cela permet ensuite au professeur de les transmettre explicitement lorsqu'elles sont adéquates ou de les corriger lorsqu'elles ne le sont pas. Leur recherche a bien-sûr toute son utilité lorsque les élèves rencontrent des difficultés. Cependant il faut savoir raison garder et ne pas pousser l'explicitation trop loin, sous peine de faire face à des abîmes de complexité.

D'un point de vue concret, un reclassement des règles implicites mises en avant pendant cette recherche pourrait s'avérer utile pour les utiliser ou s'en inspirer dans une pratique éducative. En effet, les cadres utilisés pour les mettre en avant sont issus d'un découpage basé sur le principe de la décision (Brougère, 2005) et inspiré l'« anatomie d'un choix » (Salen & Zimmerman, 2003, p. 64-65) :

- Le fonctionnement du contexte.

- La compréhension de la situation présentée.
- La nature de la question et de la réponse attendue.
- Le contenu d'une réponse nécessaire et suffisante.
- La recherche du contenu de la réponse.
- L'expression du contenu de la réponse.

Si elles ont pour point commun d'affecter la réussite aux exercices de mathématiques, les règles que nous avons vues concernent différents aspects de la vie d'un élève. Certes, un professeur de mathématiques a toujours la possibilité de les transmettre, mais certaines règles relèvent, en premier lieu, d'autres acteurs de l'encadrement des élèves. La numérotation des règles implicites sera conservée, pour des raisons de cohérence. La liste des règles reclassées sont présentées en annexe selon le découpage suivant :

- Les règles relevant du professeur de mathématiques.
- Les règles relevant de l'équipe pédagogique.
- Les règles relevant de la société.

Ce travail de mémoire était exploratoire, il n'est pas surprenant de trouver de nombreuses pistes de développement différentes. La question est maintenant de savoir comment construire une recherche plus approfondie. Le redécoupage des règles montre bien que l'on trouve des redondances ou des cas où certaines règles sont l'application à un contexte spécifique et mathématique d'une règle plus générale également présente dans la liste. On retrouve, par exemple, la question de l'ambiguïté chez le professeur de mathématiques (règle 30) et l'équipe pédagogique (règle 18) mais ce thème pourrait également intervenir au niveau de la société. De plus, de nombreuses règles implicites suivies par les élèves et rendant la résolution d'un exercice plus difficile viennent probablement de l'extérieur de l'équipe pédagogique. Certaines règles venant d'autres disciplines pourraient entrer en contradiction avec les règles appliquées en mathématiques.

Il serait donc possible de trouver et de développer des axes de réflexion transversaux. Ces axes de réflexion relèveraient plus du fonctionnement des règles que des thématiques mathématiques. Ces dernières représentent une autre possibilité de développement, en se concentrant, par exemple, sur les règles dictant l'utilisation de telle ou telle approche de la géométrie. Une toute autre approche serait de partir de certaines de ces règles implicites et

d'étudier les effets de leur explicitation aux élèves. Pour cela, différents moyens seraient envisageables comme l'explicitation directe par le professeur ou des activités, individuelles ou en groupe, ayant pour but de mettre en avant les règles implicites. De manière plus large, il serait possible de concevoir et de tester un environnement de classe conçu pour favoriser les confrontations des règles implicites et donc permettre un apprentissage critique.

V. BIBLIOGRAPHIE

- Becker, K. (2011). The Magic Bullet. *International Journal of Game-Based Learning*, 1(1), 19-31.
- Bergström, K. (2010). The Implicit Rules of Board Games: On the Particulars of the Lusory Agreement. In *Proceedings of the 14th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments* (p. 86–93). New York, NY, USA: ACM.
<https://doi.org/10.1145/1930488.1930506>
- Braconne-Michoux, A. (2014). Les niveaux de pensée en géométrie de van Hiele: de la théorie à l'épreuve de la classe. *Bulletin AMQ*, LIV(1), 24-51.
- Brougère, G. (2005). *Jouer/Apprendre*. Paris: Economica.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(9.3), 309-336.
- Chevallard, Y., & Joshua, M.-A. (1991). *La Transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné - Un exemple d'analyse de la transposition didactique*. La Pensée Sauvage Editions.
 Consulté à l'adresse <https://www.eurolivre.fr/livre/isbn/2859190783.html>
- Eduscol. (2016). Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer. Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. Consulté à l'adresse http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie_plane/31/2/RA16_C4_MATH_geo_plane_doc_maitre_574312.pdf
- Gee, J. P. (2003). *What Video Games Have to Teach Us about Learning and Literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
- Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (2010). *La découverte de la théorie ancrée: Stratégies pour la recherche qualitative*. Paris: Armand Colin.
- Goffman, E. (1991). *Les Cadres de l'expérience*. Paris: Les Editions de Minuit.
- Hock-Koon, S. (2011). La ruse, la triche et la règle de jeu vidéo - Le « Fosbury Flop » et le « Zergling Rush ». In *La ruse: Entre la règle et la triche* (p. 97-112). Québec: Presses de l'Université du Québec.

- Hock-Koon, S. (2013). *Apprendre ou ne pas apprendre: affordances et cadres du jeu vidéo* (PhD thesis in education science). University of Paris-Nord, Villetaneuse, France.
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (1998). Géométrie et paradigmes géométriques. *petit x*, (51), 5-21.
- Jorioz, A., Mahé, A., Chrétien, B., Jacquemoud, D., Verdier, F., Keller, A., ... Malaval, J. (2016a). *Transmath 5e - Grand format - Nouveau programme 2016* (édition 2016). Nathan.
- Jorioz, A., Mahé, A., Chrétien, B., Jacquemoud, D., Verdier, F., Keller, A., ... Malaval, J. (2016b). *Transmath 6e - Format compact - Nouveau programme 2016* (édition 2016). Paris: Nathan.
- Pelay, N. (2009). L'activité mathématique ludique: vers le plaisir de pratiquer les mathématiques? In *Actes du Colloque International de l'Espace Mathématique Francophone*. Sénégal. Consulté à l'adresse http://www.fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT8/Microsoft%20Word%20-%20pelay_%20EMF2009.pdf
- Perruchet, P. (1988). *Les Automatismes cognitifs*. Editions Mardaga.
- Salen, K., & Zimmerman, E. (2003). *Rules of Play: Game Design Fundamentals*. Cambridge: MIT Press.
- Schugurensky, D. (2007). « Vingt mille lieues sous les mers »: les quatre défis de l'apprentissage informel. *Revue Française de Pédagogie*, (160), 13-28.
- Sirlin, D. (2006). Introducing...the Scrub. In *Playing to Win: Becoming the Champion*. Consulté à l'adresse <http://www.sirlin.net/ptw-book/introducingthe-scrub>
- Tavinor, G. (2011). *The Art of Videogames* (1^{re} éd.). Wiley-Blackwell.
- van Hiele, P. M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie. *Bulletin de l'APMEP*, (198), 199-205.
- Vergnaud, G. (2001). Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance. In *Actes du Colloque GDM-2001*. Montréal, Québec: Jean Portugais. Consulté à l'adresse <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/187>
- Waern, A. (2012). Framing games. *Proceedings of Nordic DiGRA, 2012*. Consulté à l'adresse <http://www.digra.org/dl/db/12168.20295.pdf>

VI. Annexe 1 : Liste des règles implicites reclassées

Règles relevant du professeur de mathématiques

11. On ne met pas de trait de construction sur un quadrillage.
20. On ne dit pas d'une fréquence qu'elle est paire, impaire, inférieure à 5 ou supérieure à 4.
21. Si on avait voulu le demander, la formulation aurait été « La fréquence des chiffres est-elle... ».
25. Une expérience consiste en une situation de départ à laquelle on applique un processus et dont on observe certains aspects de la situation finale.
26. Les aspects observés dans la situation finale constituent les résultats de l'expérience.
27. Une expérience est aléatoire si elle possède plusieurs résultats possibles que l'on ne peut pas prévoir avec certitude.
28. Le nom d'un polygone est une manière de désigner ce polygone, on utilise pour cela les règles données dans le cours.
29. La nature d'un polygone est le terme qui résume les propriétés particulières que ce polygone possède.
30. S'il fallait répondre 5 (le contenu du nombre de fourmis), la question aurait été : « Combien de fourmis ont été observées pendant la promenade ? ».
34. Dans un tableau de données, il n'y a pas d'informations contradictoires.
35. Dans un tableau de données, il n'y a généralement pas d'informations redondantes.
36. Avant d'utiliser une notation qui n'est pas dans l'exercice, il faut la présenter.
37. S'il y a des parenthèses autour des deux lettres, alors c'est une droite, il n'est pas nécessaire de l'écrire.
38. Un programme est complet s'il mentionne toutes les étapes de la construction avec tous leurs paramètres.
39. Une étape n'a pas besoin d'être détaillée à partir du moment où je suppose que l'élève est capable de la réaliser.
41. Dans un exercice sur la symétrie avec un quadrillage, l'axe et/ou le centre de symétrie ne sont pas nécessairement au milieu du quadrillage. On ne peut donc pas compter les carreaux à partir des bords.

43. En mathématiques, une typologie sur un ensemble couvre tous les cas possibles dans cet ensemble.
44. Dans le cas des angles, cela signifie que tous les angles de mesure comprise entre 0 et 180 ont un type.
45. En particulier, l'angle droit, de mesure 90 degrés, est une des frontière de cette typologie.
46. Dans un même exercice, l'approche de la géométrie à utiliser peut varier d'une question à l'autre.
47. Je dois vérifier ce que je perçois à l'œil avec des instruments.
48. Je dois confirmer ce que je mesure avec des instruments par des données ou des propriétés, sauf si on me demande uniquement de mesurer.
49. En cas de contradiction avec la perception ou les mesures, c'est toujours la déduction qui l'emporte.
50. En cas de contradiction entre la perception et la mesure, c'est la mesure qui l'emporte.
51. Les deux règles précédentes s'appliquent uniquement si les mesures et les déductions ont été faites correctement.
52. Si l'énoncé demande de mesurer, de tracer, de construire, de construire en vraie grandeur, on doit utiliser les instruments.
53. Si l'énoncé demande une preuve, on doit utiliser les données et les propriétés du cours.
54. Si les traits d'une figure ne sont pas droits, la figure est tracée à main levée et doit être abordée de manière déductive.
55. S'il y a des mesures sur une figure, l'approche déductive semble être la plus indiquée, surtout si la figure n'est pas en vraie grandeur.
56. La règle précédente n'est pas valable si l'exercice utilise la notion d'échelle, dans ce cas, il peut être indiqué de mesurer la distance sur le plan pour calculer la distance réelle.
58. On ne mélange pas symboles mathématiques et français sur la même ligne.
59. Quand on utilise une certaine écriture dans un exercice, on la conserve pour tout l'exercice.
60. On ne sépare pas les lettres dans le nom d'une figure (polygone, segment, droite...).
61. S'il faut utiliser un séparateur, il vaut mieux utiliser le point-virgule.

62. On ne commence pas une nouvelle ligne par un tiret (sauf si on dresse une liste d'éléments qui ne sont pas des nombres et qu'il y a un élément par ligne).

Règles relevant de l'équipe pédagogique

1. Il faut écrire son nom et son prénom sur une copie en commençant par une majuscule.
2. Il ne faut pas remplir une copie au crayon, sauf pour les figures.
3. Il faut commencer une copie double avec les trous à gauche, la marge à gauche, la ligne avec trois interlignes en haut et celle avec deux interlignes en bas.
4. Il ne faut pas modifier un énoncé.
5. Il ne faut pas commenter/décorer/gribouiller une copie.
6. Il faut soigner la copie, non pas pour faire joli mais pour éviter les ambiguïtés.
7. La position d'un élément dans un graphique ou un énoncé a un sens.
8. Il faut répondre à la question/suivre la consigne.
9. Il faut répondre à toute la question/suivre entièrement la consigne.
10. Il ne faut rien faire en dehors de ce qui est demandé ou qui permet de faire ce qui est demandé.
18. En cas de doute entre deux interprétations, il faut demander au professeur.
19. Si on ne peut pas demander, il faut indiquer qu'il y a deux interprétations et dire laquelle on choisit ou faire les deux.
22. Si tu hésites entre deux interprétations d'une question, demande-toi comment tu aurais posé la question pour obtenir chacune d'entre elles.
23. Il faut être précis en lecture comme en écriture, car généralement deux mots proches ne sont pas interchangeables.
24. Il faut apprendre les définitions et ne pas se contenter de les comprendre même si c'est également important.
31. On ne retire pas de points si des informations superflues sont présentes dans la copie.
32. On ne met pas non plus de points pour des informations qui ne répondent pas à la question, même si elles sont correctes.
33. Les réponses attendues et celles données par le professeur sont nécessaires et suffisantes.

40. Il faut vérifier la manière dont on répond à chaque question. On ne peut pas reprendre systématiquement un type de réponse d'une question à l'autre.
42. Il faut utiliser le vocabulaire donné en cours et ne pas inventer de nouvelles expressions.
57. Il faut relire ses réponses, surtout lorsqu'on revient dessus pour les compléter.

Règles relevant de la société

12. Pour un panneau mural, on ne donne que deux dimensions, la hauteur puis la largeur, car l'épaisseur n'est pas prise en compte.
13. Chaque joueur lance ses fléchettes sur la cible.
14. La cible est divisée en zones.
15. Une fléchette tombant dans une zone rapporte au joueur qui l'a lancée le nombre de points marqué sur la zone en question.
16. Le score se calcule en faisant la somme des points rapportés par chaque fléchette.
17. Plus on s'éloigne du centre de la cible, moins les zones rapportent de points.

VII. Annexe 2 : Énoncés des exercices

Exercice sur les infractions routières (Transmath 5e p 107)

32 Le tableau ci-dessous indique le nombre d'infractions constatées à un feu rouge sur une période de 50 jours.



Nombre d'infractions n	Effectif (en jours)
$10 \leq n < 15$	4
$15 \leq n < 20$	8
$20 \leq n < 25$	6
$25 \leq n < 30$	9
$30 \leq n < 35$	12
$35 \leq n < 40$	11

Sur papier à petits carreaux, représenter les données de ce tableau par un histogramme.

Exercice sur les chiffres de π (Transmath 5e p 110)

45 Organiser une recherche

Chercher • Raisonner • Calculer

Voici les cent premiers chiffres de la valeur approchée du nombre π affichée dans une salle du Palais de la découverte à Paris.

3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502
884 197 169 399 375 105 820 974 944 592 307
816 406 286 208 998 628 034 825 342 117 067

Quelle est la fréquence des chiffres :

- a. impairs ?
- b. pairs ?
- c. inférieurs à 5 ?
- d. supérieurs à 4 ?

Exercice sur les dates de la Rome antique (Transmath 5e p 63)

4 Ranger par ordre décroissant ces grandes dates de la civilisation romaine.



Exercice du brevet sur le panneau mural

Exercice 6 :

6.5 points

Un panneau mural a pour dimensions 240 cm et 360 cm. On souhaite le recouvrir avec des carreaux de forme carrée, tous de même taille, posés bord à bord sans jointure.

- 1) Peut-on utiliser des carreaux de : 10 cm de côté ? 14 cm de côté ? 18 cm de côté ?
- 2) Quelles sont toutes les tailles possibles de carreaux comprises entre 10 et 20 cm ? Justifier en écrivant tout calcul.
- 3) On choisit des carreaux de 15 cm de côté. On pose une rangée de carreaux bleus sur les bords et des carreaux blancs à l'intérieur. Combien de carreaux bleus va-t-on utiliser ?

VIII. Annexe 3 : Analyse d'évaluation (expérience aléatoire)

Présentation d'une évaluation

➤ Présentation de l'évaluation :

Classe :	5e
Titre de la séquence :	Probabilités
Place de l'évaluation dans la séquence :	évaluation sommative (fin de séquence)
Déroulement :	une demi-heure en classe complète
Outils disponibles :	calculatrice (peu utile)
Objectifs visés :	

- Connaissances du vocabulaire des probabilités (expérience, aléatoire, issue, événement...).
- Compréhension de la notion de hasard et de probabilité.
- Inverse de la modélisation (un modèle mathématique large est donné, il faut chercher une situation qui correspond au modèle).

Note : je conseille au correcteur d'avoir sous la main le sujet de l'évaluation car j'y vais souvent référence.

➤ Difficultés prévisibles, choix des exercices et préparation :

La difficulté la plus récurrente rencontrée par mes élèves de cinquième, quelle que soit la leçon, est l'apprentissage des définitions. Dans chaque devoir, il y a deux points uniquement sur une définition du début du cours. Pour cette évaluation, la question de cours porte sur les expériences aléatoires. Je n'ai pas demandé de définition mais comment reconnaître une expérience aléatoire (plusieurs issues possibles qu'on ne peut pas prévoir). Le terme d'expérience n'a pas été défini avec précision dans le cours, ce qui me semble être une erreur a posteriori. Les élèves obtenant les deux points sont rares et ce sont également ceux qui ont les meilleures notes. Malgré cela, je n'ai pas réussi à faire comprendre à la majorité l'importance des définitions.

Le second exercice est une application des définitions pour les issues d'une expérience aléatoire. Cet exercice a d'ailleurs été vu en cours comme partie d'une activité plus conséquente sur le lancer de dé à six faces. L'exercice apporte une petite nuance par rapport à l'issue observée, mais une erreur d'énoncé, sur laquelle je reviendrai, a ramené l'exercice au cas étudié en cours.

La seconde difficulté est une particularité de la leçon sur les probabilités. Elle vient de l'expérience antérieure que les élèves ont du hasard et de la complexité de la notion de probabilité. Pendant les explications en cours, ils sont capables de répondre correctement. Mais, le naturel revient en quelques sortes au galop pendant l'évaluation. Je m'attendais à voir des liens entre les issues de deux expériences aléatoires successives indépendantes (par exemple, la probabilité d'obtenir un six à un

lancer de dé diminue si on a déjà obtenu un six auparavant). Un autre préjugé est celui d'un chaos total dans lequel absolument rien n'est prévisible. Pour mettre fin à ces deux préjugés, j'avais mis en place une activité TICE, également présentée dans ce portfolio, pour montrer que deux lancers de dés successifs ne sont pas liés et que les probabilités se retrouvent lorsque l'on effectue de nombreux tirages. L'exercice 3 se focalise sur l'indépendance des expériences aléatoires successives avec plusieurs lancers d'un dé à six faces.

L'exercice 4 constitue une application directe de la notion d'expérience aléatoire où les élèves doivent déterminer si une expérience est ou non une expérience aléatoire. Le recours à la définition est indispensable pour réussir cet exercice. L'exercice bonus est présent dans toutes mes évaluations, il a pour but d'entraîner aux tâches à prise d'initiative et de proposer des exercices plus difficiles aux meilleurs élèves. Cet exercice s'axe également autour de la notion d'expérience aléatoire et il a permis de mettre au jour les problèmes liés à cette notion.

➤ **Déroulement réel**

En pratique, l'évaluation a pris plus de temps que prévu, environ 45 minutes. J'ai habituellement des questions de la part des élèves. Certaines portent sur la compréhension de l'énoncé, dans ce cas, j'y réponds. Certaines portent sur des notions du cours, notamment les définitions, dans ce cas j'indique que cela fait partie du cours. Pour cette évaluation, j'ai eu également eu des questions sous forme de remarques au sujet de l'exercice 4 où il faut déterminer si l'expérience décrite est ou non une expérience aléatoire. Une de ces remarques m'a marqué et résume bien l'incompréhension des élèves :

« Mais ce n'est pas possible, si on appuie sur le 5 du clavier, il y aura forcément un 5. »

Sur le coup, j'ai répondu « tout à fait » et l'élève a réussi à comprendre le but de l'exercice. Mais a posteriori, cette remarque met bien en avant une ambiguïté, un décalage que je n'ai pas encore réussi à expliciter complètement. Mon hypothèse actuelle est que les élèves pensent que dans certains cas il est possible d'appliquer la leçon sur les probabilités et d'autres cas où cela n'est pas possible. J'ai trouvé dans les copies plusieurs occurrences de la formule « un cas de probabilité » pour parler d'expérience aléatoire. Cette formulation pourrait faire penser à un « cas de proportionnalité » car les élèves remplacent régulièrement « situation » par « cas ».

L'erreur d'énoncé de l'exercice 2 est devenue évidente lors de la correction. J'avais décrit une expérience aléatoire de la façon suivante :

« on lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on regarde si le résultat est pair ou impair »

Dans le cours, j'avais défini les issues d'une expérience aléatoire comme étant leurs résultats possibles. En conséquence, cette formulation renforçait l'habitude consistant à prendre comme issue le nombre de points se trouvant sur la face supérieure du dé lorsque ce dernier s'immobilise. Du coup, les élèves ont tous répondu les nombres entiers de 1 à 6, ce qui a conduit au changement de barème.

➤ Analyse de productions

J'ai choisi d'analyser deux productions d'élèves sur l'exercice 4 et l'exercice bonus. Il est à noter que pour la première production, l'élève a donné un exemple pour la question de cours sur la manière de reconnaître une expérience aléatoire.

Ex 1 : question de cours	1 points sur 2
Comment reconnaît-on une expérience aléatoire ?	
<p>Quand par exemple quelqu'un lance un dé il a des chances d'avoir autant de que 1 ou de 2 ou de 3 etc. Un exemple n'est pas une définition.</p>	

Pour la seconde production, la réponse à la question de cours était correcte et reprenait exactement la formulation dans la leçon.

Ex 1 : question de cours	2 points sur 2
Comment reconnaît-on une expérience aléatoire ?	
<p>Une expérience aléatoire est dite lorsqu'elle a plusieurs résultats possible ou des issues possible, et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quelle issue on va obtenir.</p>	

Ces deux élèves ont des profils très différents, la première préfère réfléchir qu'apprendre (parfois même plutôt qu'écrire), la seconde préfère apprendre que réfléchir. Pour être plus précis, dans le cadre de l'entraînement pour le concours Drôles2maths, j'ai discuté avec elle. Face à une question, son intuition lui propose une liste de réponses possibles et elle les donne dans l'ordre à l'oral. En général, les bonnes réponses sont en bas de la liste. Sa grosse difficulté est d'évaluer la validité de ses réponses, cela correspond à la compétence « raisonner ».

Ex 4 : expérience aléatoire	2,5 points sur 3
-----------------------------	------------------

Dans chaque cas, déterminer s'il s'agit ou non d'une expérience aléatoire en justifiant :

1^{er} cas : « On appuie sur la touche 5 du clavier d'un téléphone et on regarde le nombre affiché à l'écran. »
Non, car on a qu'une seule issue. ✓

2^e cas : « On interroge une femme dans la rue et on lui demande si elle a des enfants. »
Oui car il y a plusieurs issues et qu'on ne peut pas prévoir.

3^e cas : « On refroidit de l'eau à -30°C et on regarde si elle gèle. »
Oui 1^{er} cas. ✓

Sur cette copie, on voit clairement que l'élève a compris les expériences et un des critères d'une expérience aléatoire. Cela fonctionne bien car dans ce cas, deux expériences ont une seule issue. Ainsi, si un critère n'est pas rempli alors il ne s'agit pas d'une expérience aléatoire. Ce cas m'a fait me demander ce qui se passerait si seulement l'autre critère n'était pas rempli, s'il y avait plusieurs issues mais qu'on pouvait les prévoir. Cela a amené d'autres questionnements que je traiterai en dernière partie.

Ex 4 : expérience aléatoire	1 points sur 3
-----------------------------	----------------

Dans chaque cas, déterminer s'il s'agit ou non d'une expérience aléatoire en justifiant :

1^{er} cas : « On appuie sur la touche 5 du clavier d'un téléphone et on regarde le nombre affiché à l'écran. »
C'est aléatoire car il y a plusieurs issues possible et on ne peut pas prévoir le résultat obtenu.
Non, il y a une seule issue.

2^e cas : « On interroge une femme dans la rue et on lui demande si elle a des enfants. »
Oui
C'est aléatoire car il y a plusieurs issues possible, on a $\frac{1}{2}$ d'avoir oui ou non.
NON, la probabilité n'est pas $\frac{1}{2}$.

3^e cas : « On refroidit de l'eau à -30°C et on regarde si elle gèle. »
C'est aléatoire car il y a plusieurs issues possibles.
Non, à -30°C l'eau gèle, il y a une seule issue.

Sur cette copie, on peut voir une application automatique de la définition sans analyse apparente de la situation. L'élève a obtenu un point sur trois avec cette stratégie car seul un cas sur les trois correspond à une expérience aléatoire. L'exercice ne portait pas sur le calcul de probabilité mais cette élève a présumé de l'équiprobabilité du fait d'avoir ou non des enfants.

Exercice bonus	1 points sur 2
Décrire une expérience aléatoire avec plus 7 issues.	
<p>Dans un verre d'eau mettre de la farine les yeux fermés pendant 3 secondes et voir qu'il y aura plus de 7 issues.</p> <p>Il manque l'issue d' avoir pas l'issue est intéressante</p>	
Exercice bonus	1 points sur 2
Décrire une expérience aléatoire avec plus 7 issues.	
<p>Nous avons 7 boules dans une boîte dont 2 rouges. Nous avons $\frac{2}{7}$ d'avoir une boule rouge.</p> <p>Cette expérience a deux issues si on tire une boule : tirer une boule rouge - tirer une boule d'une autre couleur</p>	

Dans ces deux productions, il manque la définition des issues. Dans la première, un processus est bien décrit alors que dans la seconde, seule la situation de départ est décrite sans mention du fait de tirer une boule. J'ai choisi ces productions car elles mettent en avant un problème dans la compréhension d'une expérience aléatoire. Je ne m'en suis pas rendu compte au moment de la correction ni après. J'ai pu identifier le problème pendant la rédaction de cette analyse. Je vais donc compléter le retour que j'ai fait en classe par ce prolongement.

➤ Retour en classe et prolongement possible

Le retour en classe a été lié au devoir maison que j'ai utilisé pour l'analyse d'une tâche par rapport aux ambiguïtés. Le processus a été le même et a eu lieu pendant la même séance. Il s'agissait de revenir sur l'énoncé et d'identifier les différentes manières de le comprendre. Je suis également revenu sur la définition d'une expérience. L'erreur d'énoncé venant de moi, j'ai octroyé les points aux élèves pour avoir considéré que les issues possibles étaient le nombre de points sur chaque face. De manière évidente, les élèves protestent très peu quand on leur annonce qu'ils gagnent des points à une évaluation.

La réflexion mise en place pendant la rédaction de cette analyse suit le cheminement suivant. Dans l'ouvrage des élèves (Transmath 5^e, 2016), la première définition donnée pour la leçon sur les

probabilités est celle d'une expérience aléatoire. Je me suis basé sur cette définition pour commencer le cours, la voici (page 130) :

Définition Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quelle issue se produira.

Cette définition n'en est pas vraiment une car elle ne fait que donner des critères pour reconnaître une expérience aléatoire d'une expérience non-aléatoire. Je me suis posé la question de définir le terme d'expérience, mais je n'ai pas trouvé de formulation simple et efficace. En lisant les réponses des élèves et en les corrigeant, j'ai compris que j'attendais trois éléments pour la description d'une expérience, aléatoire ou non :

1. Une situation de départ (un ensemble d'éléments dans une situation donnée).
2. Un processus (des actions ordonnées à accomplir avec les éléments).
3. Un résultat (quelque chose à observer à la fin du processus).

Si j'avais donné cette définition aux élèves avant de définir une expérience aléatoire, je pense qu'ils auraient mieux réussi l'exercice bonus et l'exercice 3 car il manquait l'analyse du résultat. A partir de là, une expérience aléatoire est une expérience avec plusieurs issues possibles que l'on ne peut pas prévoir. Cela amène une question : si on considère qu'une expérience est aléatoire mais qu'après l'étude des probabilités on réalise qu'il n'y a qu'une seule issue possible, cela signifie que l'expérience a priori aléatoire ne l'était pas. Or, dans le déroulement de l'ouvrage, les probabilités arrivent après la définition d'expérience aléatoire et les expériences ne sont pas définies. Les élèves pourraient être amenés à penser que les probabilités ne s'appliquent que lorsque l'on a une expérience aléatoire. Ce qui nous conduit au « cas de probabilité » pour l'application des probabilités et au fait de penser que ce n'est pas possible de les appliquer lorsqu'il n'y a qu'une seule issue. Or, on peut calculer la probabilité d'un événement certain ou impossible. Il faudrait donc distinguer expérience aléatoire a priori et expérience aléatoire a posteriori, ou ne pas se prononcer avant l'étude des probabilités.

Dans le même ordre d'idée, est-ce réellement nécessaire de préciser qu'on ne peut pas prévoir l'issue dès lors qu'il y en a plusieurs possibles ? Si une expérience a deux issues mais que l'on sait laquelle aura lieu, par définition, il n'y a qu'une seule issue possible car l'autre est impossible. Or, en probabilités, une issue possible est définie comme ayant une probabilité non nulle, une issue certaine comme ayant une probabilité égale à un et une issue impossible comme ayant une probabilité nulle. La notion de probabilité devrait alors précéder celle d'expérience aléatoire.

Au final, je pense qu'il aurait fallu suivre le cheminement suivant pour la leçon :

1. Définition d'une expérience (avec des exemples)
2. Définition des probabilités (avec applications à des expériences)
3. Typologie des issues (possible, impossible, certaine)
4. Typologie des expériences (aléatoire, non-aléatoire)

Cela implique d'ajouter plusieurs notions, mais cela me semble indispensable pour obtenir un ensemble cohérent et poser de bonnes bases pour la suite de l'étude des probabilités.